NOM : ……………………………… DELAIS : ……………………………..
PRENOM : ……………………………... : ……………………………..
CLASSE : ……………………………… : ……………………………..

CTM N°5

EN FONCTION DE…

AUTOEVALUATION

TRAVAIL

	T	S	P	J
J'ai toujours mon CTM au complet avec moi				
Je me munis du matériel nécessaire à la réalisation de la tâche				
Je respecte les consignes				
Je comprends la signification des questions posées				
Je réalise mon travail jusqu'au bout				
Je m'applique dans la réalisation de ma tâche				
Je soigne mon travail				
Je respecte le délai imposé				
Je gère mon travail dans le temps				
Je cherche spontanément des ressources complémentaires (si nécessaire)				

CORRECTION

	T	S	P	J
Je corrige complètement mon travail				
J'identifie la nature de mes erreurs (distraction – compréhension)				
J'identifie ce que je peux améliorer				
J'identifie ce que j'ai trouvé facile et difficile				
J'autoévalue objectivement mon travail				
Je cherche à améliorer mes points faibles				

AUTOEVALUATION GLOBALE	A	EC	NA

CTM 5 : EN FONCTION DE…

I. Compétences

	C1	Calculer, déterminer, estimer, approximer
	C2	Appliquer, analyser, résoudre des problèmes
	C3	Représenter
	C4	Repérer, comparer
	C7	Acquérir les notions propres aux mathématiques

II. Autoévaluation et évaluations formatives

Je dois être capable dans :	Auto-évaluation	1ère évaluation	2ème évaluation
C1			
1.2.3. Déterminer les coordonnées de points appartenant à un graphique.			
C2			
2.1.8. Interpréter un graphique donné en fonction d'une situation concrète.			
C3			
3.1.1. Construire un graphique lié à une équation du 1er degré à une inconnue.			
3.1.2. Construire un graphique lié à un tableau de valeurs donné.			
C4			
4.3.2. Traduire mathématiquement un énoncé et réciproquement.			
4.3.5. Etablir le tableau de valeurs et/ou le graphique d'une relation donnée par son équation.			
4.3.6. Ecrire une égalité exprimant y en fonction de x à partir du tableau de valeurs et/ou du graphique donné.			
C7			
7.1.1. Mémoriser les définitions et le vocabulaire propres aux fonctions 7.1.4. Mémoriser les notations propres aux fonctions			
Signature des parents			

EN FONCTION DE… **CTM 1**

I. INTRODUCTION

Imagine un phrase dans laquelle tu introduirais l'expression « en fonction de »…

Les exemples de la vie courante sont nombreux :

« Pour ce week-end, je choisirai mes activités ***en fonction du*** temps qu'il fera » ;
« J'opterai pour des vacances en Angleterre ou aux Etats-Unis ***en fonction des*** économies que j'aurai réalisées au moment de la réservation » ;
« Je te dirai si je viens ce soir ***en fonction de*** la réaction de mes parents » ;…

Tous ces exemples expriment un **lien entre 2 choses, une relation de cause à effet.**

En mathématiques, ces « choses » sont appelées des « variables » ;

Le « lien » est appelé la « relation ».

Dans de nombreuses disciplines scientifiques, l'expression « en fonction de » est aussi fréquemment utilisée :
Par exemple, en physique : « La distance parcourue par une automobile en temps donné varie ***en fonction de*** sa vitesse »

En te référant à cet exemple, écris, pour chaque cas, une phrase liant les 2 **variables** du tableau ci-dessous :

	Variable 1	Variable 2
a)	Prix des roses	Nombre de roses
b)	Salaire horaire	Salaire mensuel
c)	Les impôts	Les revenus
d)	La masse	Le poids

a) ……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

b) ……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

c) ……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

d) ……………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………

Dans cet exercice, tu as remarqué que :

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

EN FONCTION DE… **CTM 2**

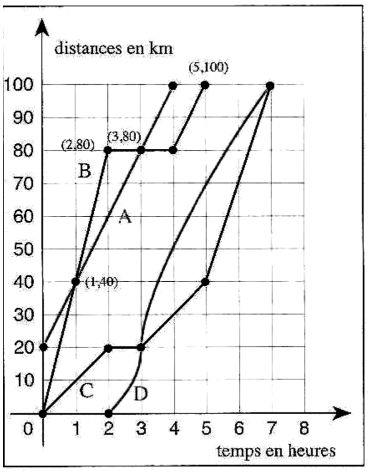
II. REPERAGE : UTILISONS LES NOTIONS VUES

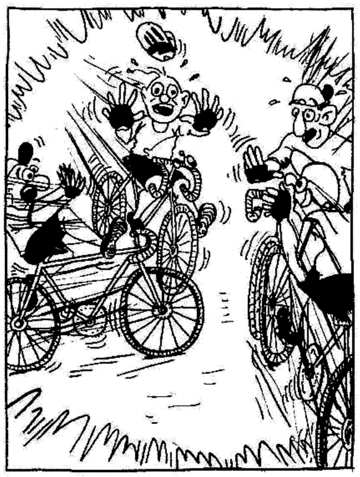
1.- Les lignes A, B, C et D représentent les mouvements de 4 cyclistes qui se rendent au même endroit :

Sur feuille annexe :

a) **Décris et explique le trajet du cycliste B.**

Dans tes explications, utilise les mots et expressions que tu as déjà rencontrés dans le CTM « repérage » :
graphique ou graphe cartésien, repère, abscisse, ordonnée, axe des abscisses (ou axe des X), axe des ordonnées (ou axe des Y), coordonnées d'un point, couple de point, relation,…





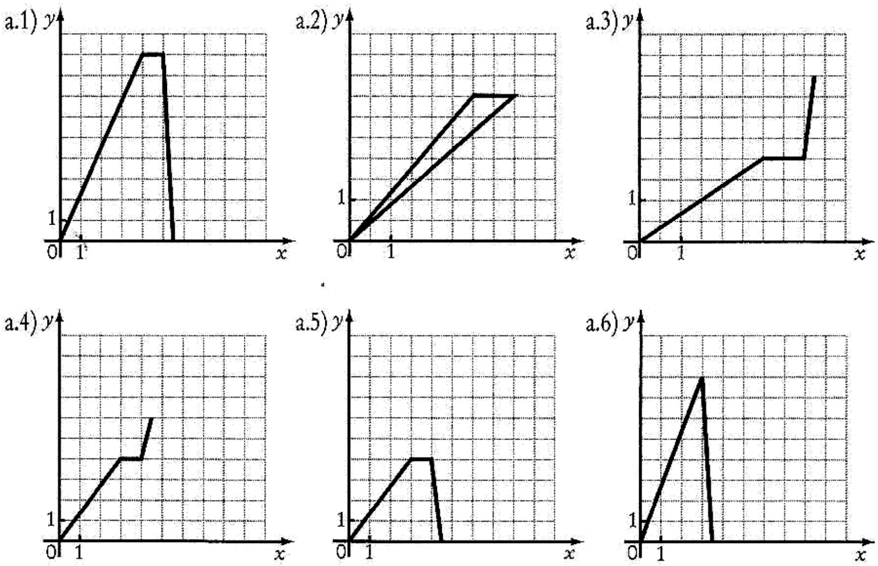
b) Donne une valeur de la distance parcourue par le cycliste D durant les 90 premières minutes.

c) Donne le temps nécessaire au cycliste C pour parcourir les 55 premiers kilomètres.

d) **Décris et compare les 4 mouvements** : *point de départ, heures de départ et d'arrivée, variations de vitesse, lieux et heures de rencontre,…*

2.- Un promeneur part de son domicile en tenant son vélo à la main. Il marche pendant 3 heures en s'éloignant de son domicile, s'arrête pendant une heure et rentre chez lui à vélo.

a) Lequel de ces graphiques traduit-il la situation décrite ?



Sur une feuille annexe :

b) Choisis un autre graphique parmi les 5 restants et propose une interprétation de celui-ci.

c) Quels sont les graphiques représentant une « situation impossible » ? Explique pourquoi

d) Sur chaque graphique, trace une parallèle à l'axe des ordonnées et réponds aux questions suivantes :

En combien de point(s) coupe-t-elle le graphique ?
Quel que soit l'endroit où tu la traces ?

e) Compare les réponses des questions c) et d)

3.- On veut représenter les situations suivantes par un graphique cartésien. Désigne la variable *x* et la variable *y* dans les cas suivants :

a) l'espace parcouru (*e*) par un mobile se déplaçant à vitesse constante ***en fonction du*** temps (*t*) ;
b) le prix (*p*) ***en fonction du*** nombre de CD achetés (*n*) ;
c) la vitesse d'un objet (*v*) qui tombe, dans le vide, ***en fonction du*** temps (*t*).

a) ……………………………………………………………………………………..

b) ……………………………………………………………………………………..

c) ……………………………………………………………………………………..

4.- Voici les tarifs postaux en euros appliqués en 2001 en Belgique. **On s'intéresse uniquement au tarif d'un envoi adressé, non normalisé, de maximum 250 g.**

LAPOSTE

PRINCIPAUX TARIFS POSTAUX

VALABLES DÈS LE 1er JANVIER 1999

A. SERVICE INTÉRIEUR

En service intérieur le tarif de la lettre normalisée est applicable à tous les envois déposés dans les boîtes postales.

Par contre, pour bénéficier du tarif normalisé, les envois doivent être conformes à la réglementation des imprimés et être déposés au guichet d'un bureau de poste à raison de 50 exemplaires identiques au minimum.

Format Poids	Prix en euros
NORMALISÉ	**0,42**
NON NORMALISÉ	
jusqu'à 50 g	**0,79**
« 100 g	**0,89**
« 250 g	**1,24**
« 350 g	**1,44**

Format Poids	Prix en euros
MAXIPOST	
350 g jusqu'à 500 g	**1,98**
500 g jusqu'à 1 kg	**2,48**
1 kg jusqu'à 2 kg	**2,97**
KILOPOST (plus de 2 kg)	
2 kg jusqu'à 3 kg	**5,21**
3 kg jusqu'à 4 kg	**5,95**
4 kg jusqu'à 5 kg	**6,69**

a) Pour toi, ***le prix*** du timbre est ***en fonction du poids*** de l'envoi.

Tu notes donc : ***x*** pour le ***poids*** (en g) de l'envoi ;
y pour le ***prix*** du timbre

EN FONCTION DE…

CTM 4

<u>Sur feuille annexe :</u>

1) Quel prix faut-il payer pour un envoi de 12 g ? de 20 g ? de 30 g ? de 45 g ? de 50 g ? de 51 g ? de 70 g ?

→ Consigne tes réponses dans un tableau dont voici le début :

x	y
12	…
…	…

→ Etoffe ce tableau en prenant, pour x, 5 valeurs entre 50 et 100 et 5 autres entre 100 et 250.

2) Dans le plan muni d'un repère, porte les points de coordonnées (x,y) trouvés dans le tableau ci-dessus en respectant la consigne suivante : en abscisses, 1 mm = 1 g ; en ordonnées, 1 mm = 0, 02 €.

3) Relie ces points pour tracer le graphe cartésien donnant le prix du timbre en fonction du poids de l'envoi.
Attention, sois très précis dans l'entourage du point d'abscisse 50 et dans celui du point d'abscisse 100.

4) Si tu traces une parallèle à l'axe des ordonnées, en combien de point(s) coupe-t-elle le graphique ?

Quel que soit l'endroit où tu la traces ?

b) Francis, un vieil original, affirme que c'est ***<u>le poids</u>*** de la lettre qui est ***<u>en fonction du prix</u>*** du timbre.

Il note donc : ***x*** pour le ***prix*** du timbre ;
y pour le ***poids*** (en g) de l'envoi.

1) Quel est le poids d'un envoi muni d'un timbre de 0,42 € ? de 0,50 € ? de 0,79 € ? de 0,89 € ? de 1,24 € ?

→ Consigne tes réponses dans un tableau dont voici le début :

x	y
0,42	…
…	…

2) Dans le plan muni d'un repère, porte les points de coordonnées (x,y) trouvés dans le tableau ci-dessus en respectant la consigne suivante : en abscisses, 1 mm = 0,02 € ; en ordonnées, 1 mm = 1 g.

3) Relie ces points pour tracer le graphe cartésien donnant le poids de l'envoi en fonction du prix du timbre.
Attention, sois très précis dans l'entourage du point d'ordonnée 50 et dans celui du point d'ordonnée 100.

4) Si tu traces une parallèle à l'axe des ordonnées, en combien de point(s) coupe-t-elle le graphique ?

Quel que soit l'endroit où tu la traces ?

EN FONCTION DE…	CTM 5

III. VOCABULAIRE ET DEFINITIONS

1. Rappels utiles

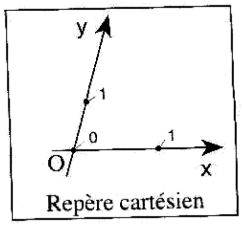
a) *Repère*

Un repère cartésien est formé de 3 points non alignés O, X et Y ;

O est **l'origine** du repère,

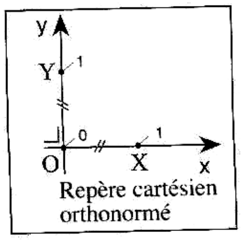
OX est **l'axe des abscisses** ou axe x,

OY est **l'axe des ordonnées** ou axe y.



Repère cartésien

Un repère cartésien (O, X, Y) est **orthonormé** si les axes sont **perpendiculaires** et si **les longueurs** de [OX] et de [OY] sont égales à **1**.



Repère cartésien orthonormé

b) Relation

Une relation entre les coordonnées x et y d'un point est la correspondance, **le lien entre ces 2 valeurs.**

Ex. : l'ordonnée est le double de l'abscisse

La relation entre 2 grandeurs réelles x et y peut être représentée par :

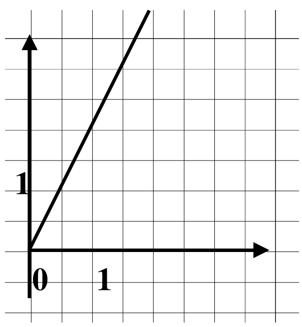
- **un tableau** : il associe les diverses valeurs de x et de y qui se correspondent ;
- **un graphique ou graphe cartésien** (dessiné dans un repère cartésien) : il est l'ensemble des points dont les coordonnées sont des couples qui se correspondent par la relation ;
- **une formule mathématique** : elle généralise la relation entre les 2 grandeurs x et y. Cette formule est **appelée équation** du graphe cartésien de la fonction.

Ex. : *l'ordonnée est le double de l'abscisse*

Le tableau :

x	y
0	0
1	2
2	4
…	…

Le graphe cartésien :



La formule (l'équation) :

$y = 2 . x$

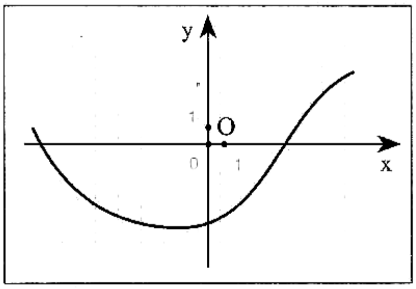
2. Fonction

a) Définitions

Une fonction est une **relation** entre une grandeur x et une grandeur y **telle qu'à chaque valeur de x corresponde au plus une valeur de y.**

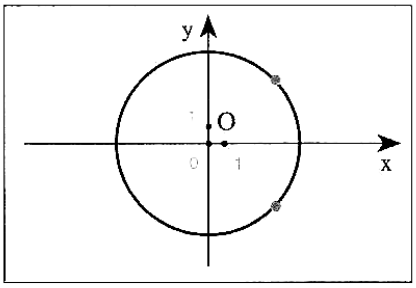
Pour reconnaître qu'un graphique donné dans un repère cartésien est ou n'est pas celui d'une fonction, on considère toutes les parallèles à l'axe des ordonnées qui coupent ce graphique.

Si **chacune** ne rencontre le graphique qu'en **un seul point**, le graphique est celui d'**une fonction** :



ce graphique est celui d'une fonction.

Si l'**une d'elle** rencontre le graphique en **plus d'un point**, le graphique n'est **pas** celui d'**une fonction** :



ce graphique n'est pas celui d'une fonction.

x est appelée la **variable** de la fonction.

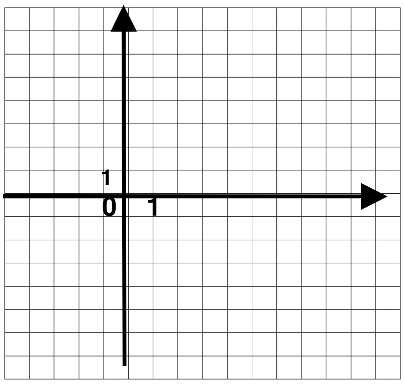
La valeur de **y** qui correspond à une valeur de x est nommée **l'image de x.**

Une fonction est souvent notée par une lettre : f, g, h, …

Exemples :

1) *La relation* $y = x^2$ *est-elle une fonction ?*

→ Traçons son graphe cartésien :

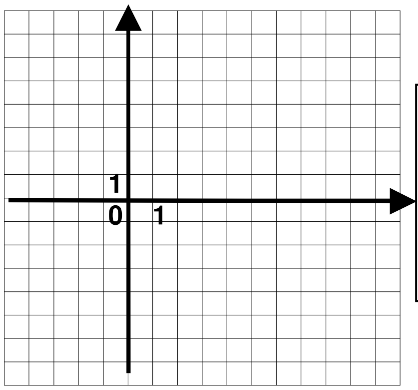


Toutes les // à l'axe y ne rencontrent le graphe qu'en 1 seul point.

=>La relation y = x^2 est une fonction.

2) *La relation* $y = \sqrt{x}$ *est-elle une fonction ?*

→ Traçons son graphe cartésien :



Rappelons que tout nombre strictement positif admet 2 racines carrées.

Certaines des // à l'axe y rencontrent le graphe en plusieurs points.

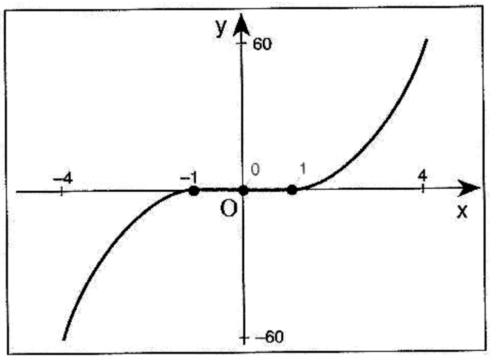
=> La relation y = $\sqrt{x}$ n'est donc pas une fonction.

b) Construction du graphique d'une fonction

il convient de chercher la coordonnée d'un grand nombre de points. Le résultat ne sera cependant, le plus souvent, que très approximatif.

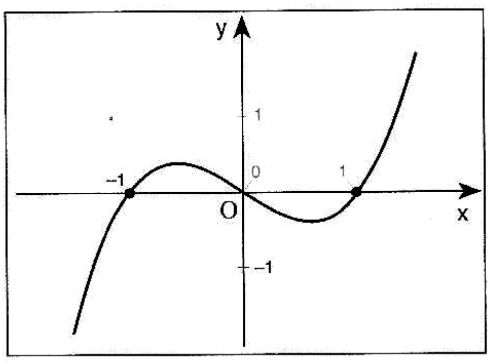
Parfois, même les calculatrices graphiques, donnent des résultats peu précis.

Ainsi, le graphe cartésien de la fonction définie par $y = x^3 - x$ dont on demande une représentation entre les points d'abscisse -4 et 4 apparaît de la manière suivante :



Il semble que sur $[-1, 1]$ le graphe cartésien se confonde avec l'axe x.

Or, en demandant à la machine de tracer le graphe cartésien entre −1,5 et 1,5 le résultat est le suivant :



La première impression est donc erronée.

Elle est due au fait que, dans le premier dessin, l'axe des ordonnées est gradué de −60 (image de −4), à 60 (image de 4).

Dans une telle graduation de l'axe des ordonnées, des variations de l'ordre de 0,5 ne sont pas visibles.

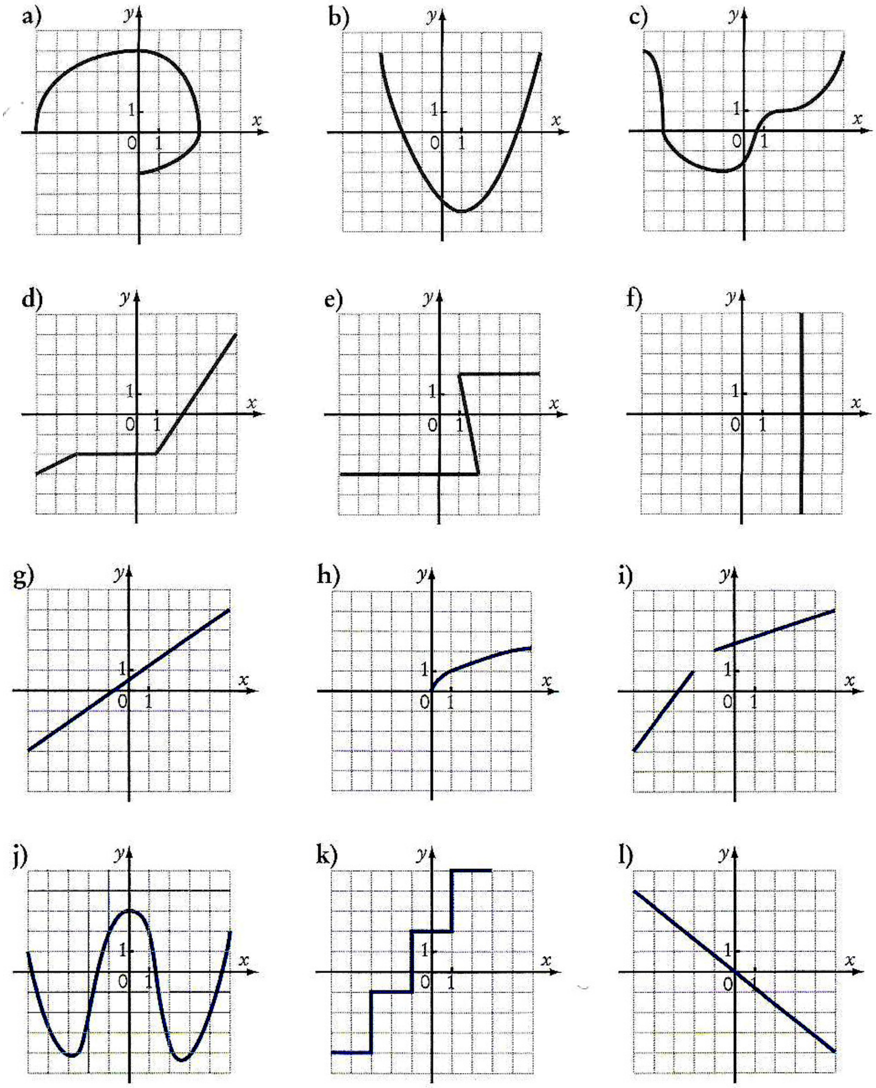
Par contre, dans le deuxième dessin, l'axe des ordonnées est gradué de −1,675 (image de −1,5), à 1,675 (image de 1,5).

Dans cette graduation de l'axe des ordonnées, des variations de l'ordre de 0,5 sont très perceptibles.

Attention donc à représenter assez de points du graphique afin de les relier pour former le vrai graphique !

IV. EXERCICES

1.- Détermine, parmi les graphiques suivants, ceux qui sont des représentations de fonctions en entourant la lettre correspondante :



2.- Voici 5 formules qui expriment y en fonction de x (x et y étant des nombres réels) :

$y = 2x$; $y = -x + 2$; $y = x^2$; $y = \sqrt{x}$; $y = \frac{1}{x}$.

a) Pour chacune de ces formules, complète le tableau suivant des valeurs (utilise ta calculatrice si nécessaire) :

x	y
-2,5	
-1	
0	
1	
1,5	
3	
$\frac{11}{3}$	

x	y
-2,5	
-1	
0	
1	
1,5	
3	
$\frac{11}{3}$	

x	y
-2,5	
-1	
0	
1	
1,5	
3	
$\frac{11}{3}$	

x	y
-2,5	
-1	
0	
1	
1,5	
3	
$\frac{11}{3}$	

x	y
-2,5	
-1	
0	
1	
1,5	
3	
$\frac{11}{3}$	

EN FONCTION DE…

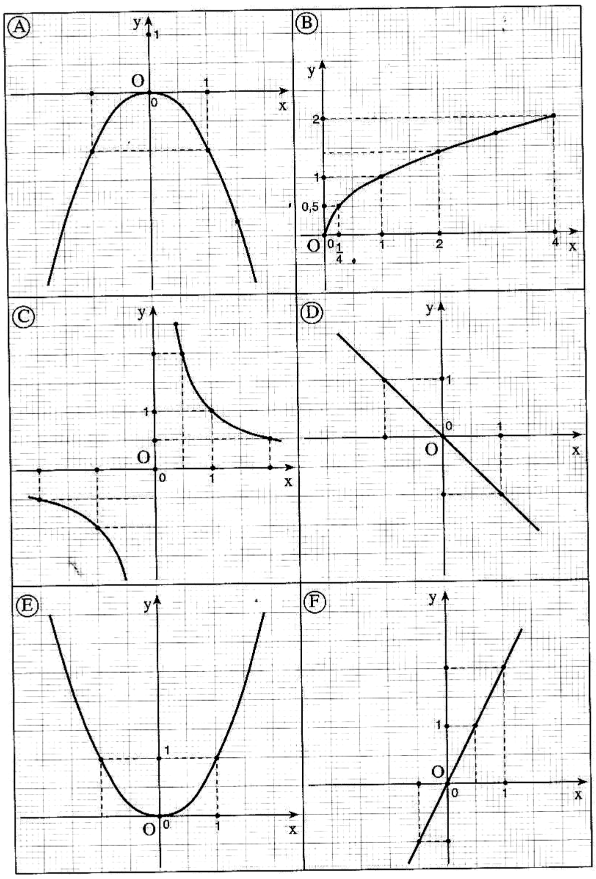
CTM 9

Sur <u>une feuille annexe :</u>

b) Reporte, dans le plan muni d'un repère, les points trouvés dans les tableaux précédents (un dessin par formule donnée) ;

c) A partir de ces points, essaie de construire le graphe cartésien qui donne y en fonction de x, dans chacune des 5 formules.

3.- Observe les graphes cartésiens dessinés. Associe à chacun d'eux une des formules proposées :



① $\boxed{y = -x}$ ② $\boxed{y = \sqrt{x}}$ ③ $\boxed{y = 2x}$ ④ $\boxed{y = -x^2}$ ⑤ $\boxed{y = \frac{1}{x}}$ ⑥ $\boxed{y = x^2}$

……………………………………………………

……………………………………………………

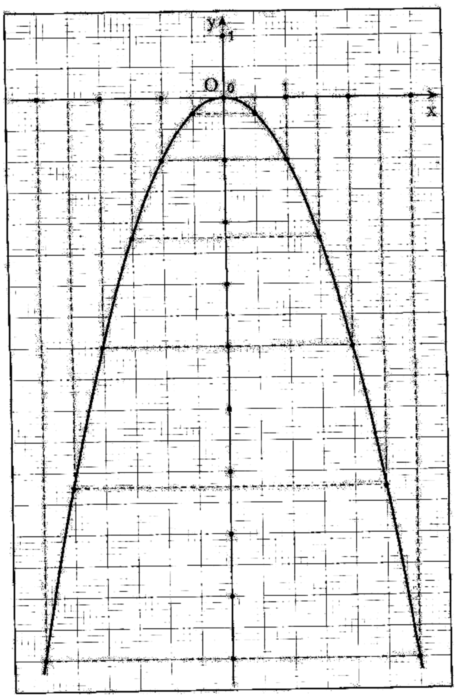
……………………………………………………

……………………………………………………

……………………………………………………

……………………………………………………

4.- Voici un graphe cartésien exprimant des nombres réels y en fonction de nombres réels x.
Dresse un tableau de cette relation et déduis-en une formule qui lie y à x.



x	y

Formule : ……………………………………..

Cette relation est-elle une fonction ?

Explique pourquoi.

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

……………………………………………

EN FONCTION DE… **CTM 10**

5.- On donne l'équation de la fonction *f* suivante : $y = 2x^2$

a) Calcule les images par *f* des nombres suivants :

$0 \rightarrow$ ………………
$\sqrt{2} \rightarrow$ ………………
$-4 \rightarrow$ ………………

b) Pourquoi -9 n'est-il l'image d'aucun nombre par *f* ?

………………………………………………………………………………………………….....

c) Quels sont les nombres qui, par *f*, ont $\frac{5}{4}$ pour image ?

………………………………………………………………………………………………….....

6.- **Soit la fonction *g* suivante :** $y = x^2 + 3x + 1$

a) Calcule les images par *g* des nombres suivants :

$0 \rightarrow$ ………………
$1 \rightarrow$ ………………
$-\sqrt{3} \rightarrow$ ………………
$\frac{1}{2} \rightarrow$ ………………

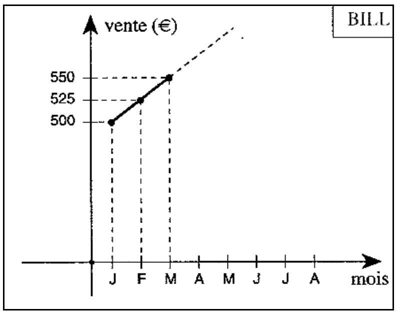
b) Quels sont les nombres qui, par *g*, ont 1 pour image ?
………………………………………………………………………………………………….....

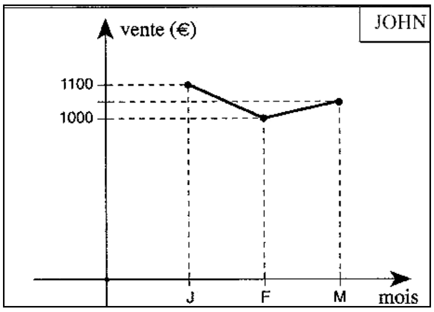
7.- Pour chaque cas ci-dessous, écris l'équation de la fonction illustrée :

	x	y	Equation de la fonction
1	La longueur du côté d'un triangle équilatéral	Le périmètre du triangle équilatéral	……………………
2	La longueur du côté d'un carré	L'aire du carré	……………………
3	L'ancien salaire	Le nouveau salaire après 2% d'augmentation	……………………
4	Le rayon d'un cercle	Le périmètre du cercle	……………………
5	Le rayon d'un disque	L'aire du disque	……………………
6	La hauteur d'une pyramide à base carrée de 5 cm de côté	Le volume de la pyramide	……………………
7	L'aire de la base d'un cylindre de 20 cm de hauteur	Le volume du cylindre	……………………
8	La longueur d'une arête d'un cube	Le volume du cube	……………………

V. **PROBLEMES** (sur feuille annexe)

1.- Bill et John, les vendeurs de l'entreprise Lekno, ont été invités par leur patron à présenter un graphique de leur vente du 1er trimestre 2012. Voici les résultats :





a) Décris l'évolution des ventes de chacun en cours de ce premier trimestre 2012. (Utilise un vocabulaire adéquat)

b) Rédige le commentaire que Bill pourrait faire pour présenter ses résultats.

c) Fais de même pour John.

d) Si le patron de Lekno veut comparer les résultats de ses vendeurs, que devra-t-il faire ?

2.- La surface d'un rectangle est de 50 cm².

a) Dresse un tableau qui donne la longueur possible du rectangle en fonction de sa largeur, si tu sais que la largeur peut varier entre 1 et 30 cm.

b) Réalise le graphique de cette relation

c) Ecris la formule qui lie longueur et largeur de ce rectangle

d) Lorsque la largeur « grandit », comment évolue la longueur ?

e) As-tu représenté le graphique d'une fonction ? Pourquoi ?

3.- L'aire d'un rectangle est de 48 cm².

a) Pour ce rectangle, représente dans un tableau, ses dimensions entières (L et l) possibles, *x* et *y*, exprimées en cm.

b) Représente la situation dans un repère cartésien.

c) Ecris une relation qui exprime la dimension *y* en fonction de la dimension *x*.

d) Détermine la valeur de y si x vaut respectivement :

1) 5   2) 0,5   3) 20   4) $\frac{8}{3}$

4.- Une agence propose 2 types de contrat de location d'une voiture pour une journée :

→ 1er type de contrat : 30 € de forfait et 0,2 € par kilomètre parcouru.

→ 2ème type de contrat : 15 € de forfait et 0,4 € par kilomètre parcouru.

a) Soit P_1 et P_2 les prix à payer si on choisit respectivement le 1er type de contrat ou le 2ème type de contrat, et *x* le nombre de kilomètres parcourus.
Ecris P_1 et P_2 en fonction de *x*.

b) Construis, dans un repère orthonormé, les graphes cartésiens de ces fonctions pour x compris entre 0 et 100.

c) En observant ces graphiques, indique le type de contrat le plus avantageux suivant le nombre de kilomètres parcourus.

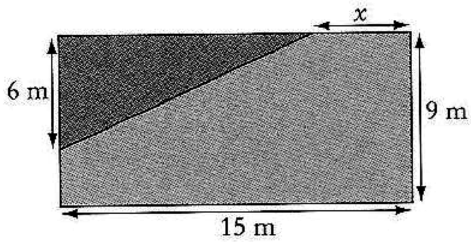
5.- La longueur d'un côté d'un carré est de 15 m. Afin d'obtenir un nouveau carré, on augmente les côtés d'une longueur x (en m).

a) Exprime le nouveau périmètre en fonction de x.

b) Représente graphiquement la situation et précise le type de fonction dont il s'agit.

c) Détermine x quand le périmètre vaut 96 m.

Le rectangle ci-contre est partagé en deux parties comme l'indique le schéma.



a) Exprime l'aire du triangle en fonction de x.

b) Exprime l'aire (A) de la partie claire en fonction de x.

c) Représente graphiquement l'aire (A) de la partie claire en fonction de x (x varie de 0 à 15 m).

d) Détermine l'aire (A) quand x vaut 10 m.

e) Détermine x quand l'aire (A) vaut 105 m^2.

f) Détermine l'aire (A) quand le triangle est isocèle.

6.- Un prisme droit a pour base un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent respectivement 5 cm et 6 cm. Sa hauteur est notée h.

a) Calcule l'aire de la base en cm^2.

b) Exprime le volume V en fonction de h.

c) Dans le plan muni d'un repère orthogonal, représente le volume en fonction de la hauteur. Prends comme unités : en abscisse 1 cm pour 1 cm et en ordonnée 1 cm pour 10 cm^3.

d) Repère, sur le graphique, le volume du prisme droit si la hauteur vaut 4 cm.

e) Repère, sur le graphique, la hauteur du prisme droit si le volume égale 90 cm^3.

7.- Une boutique de prêt à porter propose 40 % de réduction sur ses articles. Soit y le nouveau prix et x l'ancien.

a) Écris y en fonction de x.

b) Dans un repère orthonormé, représente graphiquement la situation pour des prix allant de 0 € à 100 €.

c) En te référant au graphique, détermine les prix soldés des articles dont les anciens prix étaient les suivants : chemisier : 15 € ; pantalon : 24 € ; jeans : 48 €.

d) En achetant, soldés, un pull (18 €) et un blouson (57 €), quelle réduction de prix as-tu obtenue ?