









# CTM 6 : Polynômes

## I. Compétences à atteindre

	<b>C1</b>	Calculer, déterminer, estimer, approximer
	<b>C2</b>	Appliquer, analyser, résoudre des problèmes
	<b>C4</b>	Repérer, comparer
	<b>C7</b>	Acquérir les notions propres aux mathématiques

## II. Autoévaluation et évaluations formatives

Je dois être capable dans :	Auto-évaluation	1 <sup>ère</sup> évaluation	2 <sup>ème</sup> évaluation
 <b>C1</b>			
1.2.1. Calculer la valeur numérique d'un polynôme donné pour une valeur donnée			
1.4.1. Réduire au maximum un polynôme donné à l'aide des termes semblables			
1.4.8. Ordonner un polynôme donné de façon croissante ou décroissante			
1.4.9. Effectuer des opérations avec des polynômes donnés			
 <b>C2</b>			
2.1.1. Différencier monôme et polynôme à partir d'exemples donnés			
2.1.2. Déterminer les caractéristiques d'un polynôme donné			
 <b>C4</b>			
4.3.1. Exprimer un énoncé donné en français sous la forme de monôme ou de polynôme			
 <b>C7</b>			
7.1.1. Définir les termes du vocabulaire spécifique à ce chapitre : monôme, binôme, polynôme, coefficient, variable, degré, polynôme complet,...			
7.2.4. Utiliser les notations propres aux polynômes			
	<i>Signature des parents</i>		

NOM : ..... DELAIS : .....

PRENOM : ..... : .....

CLASSE : ..... : .....

CTM N°6

<b>POLYNOMES</b>
------------------

**AUTOEVALUATION**

**TRAVAIL**

	<b>T</b>	<b>S</b>	<b>P</b>	<b>J</b>
J'ai toujours mon CTM au complet avec moi				
Je me munis du matériel nécessaire à la réalisation de la tâche				
Je respecte les consignes				
Je comprends la signification des questions posées				
Je réalise mon travail jusqu'au bout				
Je m'applique dans la réalisation de ma tâche				
Je soigne mon travail				
Je respecte le délai imposé				
Je gère mon travail dans le temps				
Je cherche spontanément des ressources complémentaires (si nécessaire)				

**CORRECTION**

	<b>T</b>	<b>S</b>	<b>P</b>	<b>J</b>
Je corrige complètement mon travail				
J'identifie la nature de mes erreurs (distraction – compréhension)				
J'identifie ce que je peux améliorer				
J'identifie ce que j'ai trouvé facile et difficile				
J'autoévalue objectivement mon travail				
Je cherche à améliorer mes points faibles				

<b>AUTOEVALUATION GLOBALE</b>	<b>A</b>	<b>EC</b>	<b>NA</b>
-------------------------------	----------	-----------	-----------

I. Vocabulaire

1.- L'expression algébrique simple du type «  $a \cdot x^b$  » dans laquelle :

- $a$  est un nombre réel **non nul**
- $x$  est un nombre réel **quelconque**
- $b$  est un nombre naturel **fixé**

est appelée monôme en la *variable*  $x$ , de *coefficient*  $a$  et de *degré*  $b$ .

Ex. :

Le monôme	Sa variable	Son coefficient	Son degré
$3x^2$	$x$	3	2
$-\frac{1}{2}t^3$	.....	.....	.....
$\sqrt{2}z^5$	.....	.....	.....
$3u^3v^2$	..... et.....	.....	..... ou .....
$\frac{3}{4}d^4e^2$	.....	.....	.....
$2a$	.....	.....	.....
4	.....	.....	.....

2.-

La valeur numérique d'un monôme est sa valeur lorsque l'on remplace sa variable par un nombre réel.

Ex. : la valeur numérique de  $2x$  pour  $x = -5$  est  $2 \cdot (-5) = -10$

$7d^3$  pour  $d = 4$  est  $7 \cdot \dots^3 = \dots$

$-\frac{1}{2}p^2$  pour  $p = -9$  est .....

$\frac{3}{4}x^4$  pour  $x = -2$  est .....

$3a^2t$  pour  $a = 6$  et  $t = -8$  est .....

3.-

Des **monômes semblables** sont des monômes ayant la (les) **même(s) variable(s)** et le **même degré** pour chacune de ces variables.

**Ex. :**  $3v, -1/3 v$  sont des monômes semblables en la variable v de degré 1

$2 a^{2t}, -4/5 a^{2t}$  .....

$7x^5y z^2, 45 x^5y^2 z$  .....

$\sqrt{2} abz^7, 15 abz^6$  et  $-\frac{1}{2} abz^7$  .....

4.-

Un **polynôme** est une **somme de monômes** ayant la **même variable** mais pas le même degré.  
Il est **noté** par une **lettre majuscule** suivie de sa **variable** que l'on met **entre parenthèses**.

**Ex. :**  $4x^3 - 3x^2 + 6x - 1$  est un polynôme en x, c'est-à-dire dont la variable est x. On le notera

$$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + 6x - 1$$

$3t^2 + 2 t^3 + 5 t^6$  est en polynôme en ..... On le notera .....

$6 d^2 - d + 4 d^3 - \frac{1}{2} d - 4 d^3$  est un polynôme en ..... On le notera .....

5.-

Un **polynôme est réduit** lorsqu'on a additionné tous les termes semblables.

**Ex. :**  $3x^2 - 9x + 2x^3 - 6x^2 - 10x + 15$  se réduit à  $- 3x^2 - 19x + 2 x^3 + 15$

$4x^4 - 3x^2 + 7x - x^4 - \frac{1}{2} x^3 - x^2 - x + 1$  se réduit à .....

$4x^6 - 3x^2 + 2x^3 - 4$  se réduit à .....

$14x^3 + 10 - (12x^3 - 7x^2 + 12x^2 - 7x)$  se réduit à .....

6.-

Un **polynôme** réduit **est ordonné** de manière **croissante (ou décroissante)** lorsqu'on a placé les termes **suivant l'ordre croissant (ou décroissant) des exposants** de la variable.

**Ex. :**  $7x^4 - 3x^3 + 2x - 9$  est un polynôme réduit ordonné de façon décroissante  
 $5 + 7x^2 - 3x^3 + 5x^4$  est un polynôme réduit ordonné de façon croissante

Ordonne les polynômes du point 5 de façon décroissante :

.....  
.....  
.....  
.....

7.-

Un **polynôme est complet** s'il contient toutes les puissances de la variable à partir de la plus haute

**Ex. :**  $3x^5 - x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 2x + 4$  est un polynôme complet en x ( $4 = 4x^0$ )  
 $4x^6 - 3x^3 + 2x^2 - 4$  est un polynôme incomplet en x car il manque les puissances 5, 4 et 1.

$5 + 7x^2 - 3x^3 + 5x^4$  .....  
 $3t^2 + 2t^3 + 5t^6$  .....  
 $4x^3 - 3x^2 + 6x - 1$  .....

8.-

Le **terme indépendant** d'un polynôme est le terme de degré 0

**Ex. :** Dans  $3x^5 - x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 2x + 4$  , le terme indépendant est 4 car  $4 = 4x^0$   
Dans  $5 + 7x^2 - 3x^3 + 5x^4$ , le terme indépendant est ..... car .....  
Dans  $3t^2 + 2t^3 + 5t^6$  , le terme indépendant est .....car .....

9.-

Le **degré** d'un polynôme est l'**exposant le plus élevé** de la variable, **lorsqu'il est réduit**

**Ex. :**  $5x^3 - 8x^2 + 3x - 2$  est un polynôme de degré 3  
 $3t^2 + 2t^3 + 5t^6$  est un polynôme de degré .....  
 $3x^5 - x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 2x + 4$  est un polynôme de degré .....  
 $5 - 6x^8 + 7x^2 - 3x^3 + 5x^4 + 6x^8$  est un polynôme de degré ..... car .....

## II. Opérations sur les polynômes

### 1.- Somme de polynômes

Pour effectuer la somme de 2 ou plusieurs polynômes :

- on réduit et on ordonne les polynômes
- on les écrit à la suite les uns des autres en les entourant de parenthèses
- on applique la règle des parenthèses et on réduit les termes semblables.

#### Exemple

a) On les réduit et on les ordonne

$$\begin{array}{ll} \text{Soit } P(x) = 3x^5 - x^3 + 3x^4 + 2x^2 - 5 & \rightarrow 3x^5 + 3x^4 - x^3 + 2x^2 - 5 \\ Q(x) = 2x^3 + 3x - x^4 + x^5 + 3 & \rightarrow x^5 - x^4 + 2x^3 + 3x + 3 \end{array}$$

b) On les écrit à la suite avec des parenthèses

$$(3x^5 + 3x^4 - x^3 + 2x^2 - 5) + (x^5 - x^4 + 2x^3 + 3x + 3)$$

c) On applique la règle des parenthèses

$$\begin{aligned} (3x^5 + 3x^4 - x^3 + 2x^2 - 5) + (x^5 - x^4 + 2x^3 + 3x + 3) &= 3x^5 + 3x^4 - x^3 + 2x^2 - 5 + x^5 - x^4 + 2x^3 + 3x + 3 \\ &= 4x^5 + 2x^4 + x^3 + 2x^2 + 3x - 2 \end{aligned}$$

$$P(x) + Q(x) = 4x^5 + 2x^4 + x^3 + 2x^2 + 3x - 2$$

#### Remarque

Après avoir réduit et ordonné, on peut disposer les polynômes de façon plus pratique pour effectuer la somme :

$$\begin{array}{r} P(x) + Q(x) = \\ \begin{array}{r} 3x^5 + 3x^4 - x^3 + 2x^2 - 5 \\ + x^5 - x^4 + 2x^3 + 3x + 3 \\ \hline 4x^5 + 2x^4 + x^3 + 2x^2 + 3x - 2 \end{array} \end{array}$$

$$P(x) + Q(x) = 4x^5 + 2x^4 + x^3 + 2x^2 + 3x - 2$$

2.- Différence de polynômes

Pour effectuer la différence de 2 polynômes, on procède de la même façon **mais en changeant le signe de chaque terme du polynôme à soustraire, lorsque l'on enlève les parenthèses.**

Exemplea) On les réduit et on les ordonne

$$\begin{array}{l} \text{Soit } P(x) = 3x^5 - x^3 + 3x^4 + 2x^2 - 5 \\ Q(x) = 2x^3 + 3x - x^4 + x^5 + 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow \\ \rightarrow \end{array} \quad \begin{array}{l} 3x^5 + 3x^4 - x^3 + 2x^2 - 5 \\ x^5 - x^4 + 2x^3 + 3x + 3 \end{array}$$

b) On les écrit à la suite avec des parenthèses

$$(3x^5 + 3x^4 - x^3 + 2x^2 - 5) - (x^5 - x^4 + 2x^3 + 3x + 3)$$

c) On applique la règle des parenthèses

$$\begin{aligned} (3x^5 + 3x^4 - x^3 + 2x^2 - 5) - (x^5 - x^4 + 2x^3 + 3x + 3) &= 3x^5 + 3x^4 - x^3 + 2x^2 - 5 - x^5 + x^4 - 2x^3 - 3x - 3 \\ &= 2x^5 + 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 3x - 8 \end{aligned}$$

$$P(x) - Q(x) = 2x^5 + 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 3x - 8$$

Remarque

On peut aussi disposer les polynômes de façon pratique **en changeant tous les signes de Q(x)**

$$P(x) - Q(x) =$$

	$3x^5$	$+ 3x^4$	$- x^3$	$+ 2x^2$	$- 5$
+	$-x^5$	$+ x^4$	$- 2x^3$	$- 3x$	$- 3$
	$2x^5$	$+4x^4$	$- 3x^3$	$+2x^2$	$- 3x - 8$

$$P(x) - Q(x) = 2x^5 + 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 3x - 8$$

3.- Produit de polynômes

Pour effectuer le produit de 2 polynômes, on applique la distributivité.

## III. Exercices

1. Identifie, parmi les expressions suivantes, les monômes et les polynômes. (Écris M ou P)

- |                         |                          |                               |
|-------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| a) $3x^2$               | g) $2\sqrt{x}$           | l) $12x - 5x^3 - \frac{9}{2}$ |
| b) 12                   | h) $2x - 1$              | m) $\frac{-5}{9x^8}$          |
| c) $\frac{5}{3}x^{-1}$  | i) $\frac{1}{2x}$        | n) $5x^2 - 6$                 |
| d) $7x^{0.5}$           | j) $4x^3 + 2x^2 - 5$     | o) $\frac{8x^2}{5}$           |
| e) $\pi x^3$            | k) $\frac{5x^3 - 2x}{3}$ |                               |
| f) $\sqrt{2} \cdot x^4$ |                          |                               |

2. Exprime les énoncés suivants par une expression algébrique et repère les monômes et les polynômes. (Écris M ou P)

- Le double de l'âge  $n$  de Stéphanie: .....
- Le quadruple d'un nombre  $x$ , augmenté de son tiers: .....
- Le triple du carré d'un nombre  $a$ : .....
- Les 40 % du montant  $x$  des achats de Sylvie: .....
- Le double de l'inverse d'un nombre  $x$ : .....
- La différence entre le carré d'un nombre  $a$  et le double du cube de ce nombre: .....
- Le tiers du volume d'un cube dont la longueur de l'arête égale  $y$ : .....
- Le dixième de la longueur  $L$  d'un rectangle: .....
- Les quatre tiers du produit du nombre  $\pi$  par le cube du nombre  $r$ : .....
- Le quotient de la différence entre 2 et un nombre  $x$  par le triple de ce nombre: .....

3. Détermine le degré des monômes et des polynômes suivants.

- |                       |                           |  |
|-----------------------|---------------------------|--|
| a) $-5x^3$            | g) $x^2 - x$              | l) $\frac{12}{5}x - \frac{5}{2}x^3 - \frac{9}{10}$ |
| b) 15                 | h) $1 - 2x$               | m) $\frac{-5x}{9}$                                 |
| c) $2x^3 - 5x^5 + 7$  | i) $\frac{4x^3 - 5x}{10}$ | n) $(5x - 1)^2$                                    |
| d) $8x - 2$           | j) $2 + 4x + 3x^2 - 5x^3$ | o) $4x^2 - 16$                                     |
| e) $\frac{x^3}{3}$    | k) $\frac{5x^3 - x}{5}$   |  |
| f) $x^2 - x^3 + 5x^4$ |                           |  |

4. Trouve la valeur numérique des expressions algébriques suivantes. (Note tes calculs sur une feuille annexe)

- $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x - 2$  si  $x = -2$ ,  $x = 3$
- $P(x) = 2 - 3x + x^2$  si  $x = \frac{1}{2}$ ,  $x = \sqrt{2}$
- $P(x) = x^5 - x^4 - x^3 - x^2 - x - 1$  si  $x = 1$ ,  $x = -2$
- $P(x) = 5x^2$  si  $x = \frac{5}{4}$ ,  $x = -3$
- $P(x) = 3x^2 - 2x + 1$  si  $x = \frac{2}{3}$ ,  $x = 0$





5. On donne  $P(x) = -5x^3 + \frac{x^2}{2} - 4x + 7$ .

- a) Quel est le nombre de termes de ce polynôme? .....
- b) Le polynôme est-il ordonné de façon décroissante par rapport aux puissances de  $x$ ? ..... *car* .....
- c) Quel est le terme indépendant? .....
- d) Quel est le degré de ce polynôme? .....



6. Ordonne les polynômes proposés et détermine le degré de ces polynômes. Précise s'ils sont complets (Sur feuille annexe)

- a)  $x^3 - 5x + 9$
- b)  $-9x + 4x^2 - 2x^3$
- c)  $2x + 3x^4 - 7x^2 + 9$
- d)  $-5x + 3x^3$
- e)  $12x - 6$
- f)  $8x + 5 - x^3 + 6x^2$
- g)  $7x^4 - 5x^3 + 4x - 9x^5 + 2$
- h)  $-x - x^2 + 5$
- i)  $x^4$



7. Réduis les expressions suivantes à leur plus simple expression et ordonne le polynôme obtenu. (Sur feuille annexe)

- a)  $5x^3 - 4x^2 + 2x^3 - 5x + 4x^2 + 5x^2$
- b)  $-9x^2 + 4x + 7x^2 - 5x + 5 - x$
- c)  $7x - 5x^4 - 4x^2 + 3x - 2x^4 - x^2$
- d)  $\frac{x^2}{3} + x + \frac{2x^2}{3} - \frac{14x}{21} + \frac{15x}{9}$
- e)  $x^3 + 2x^2 + 3x^3 - 4x^3 + 5$
- f)  $x^2 + x^2 + x^2 + x^2$
- g)  $2x + 3x + 6x^2 - 12x^2$
- h)  $\frac{x}{2} - \frac{3x^2}{2} + \frac{5x}{2} - \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}$
- i)  $\frac{x^3}{4} - \frac{x^2}{3} + \frac{2}{5} + \frac{x^3}{2} - x^2 + 3$
- j)  $x^5 - 3x^5 + 7x^5 + 6x - 9x$



8. Réduis et ordonne les polynômes suivants. Précise le degré du polynôme obtenu. (Sur feuille annexe)

- a)  $(3x^2 - 5x + 4) - (2x - 5x^2 + 5)$
- b)  $(-9x^2 + 4x - 5) + (9x - 8) - (5 - 2x^2)$
- c)  $3x^2 + (2x^2 + 4x + 1) - (5 - 9x^2)$
- d)  $\left(\frac{2x^2}{3} - 4\right) + \left(3x^2 + \frac{5}{6}\right) - \left(x - \frac{19}{6}\right)$
- e)  $(12x - 3x^2 + 6) - \left(\frac{3x^2}{5} + 7 + \frac{23}{2}x\right)$



9. On donne les polynômes :

- 1)  $A(x) = 4x^2 - 5x + 2$
- 2)  $B(x) = 9x^2 - 4$
- 3)  $C(x) = -8x + 5$

Détermine les polynômes suivants. (Sur feuille annexe)

- a)  $-A(x)$
- b)  $-B(x)$
- c)  $-C(x)$
- d)  $A(x) - B(x)$
- e)  $C(x) - A(x)$
- f)  $A(x) - C(x)$
- g)  $B(x) - A(x) + C(x)$
- h)  $-C(x) - B(x) + A(x)$



10. On donne les séries de polynômes suivants :

- 1)  $A(x) = 2x^2 - 5$  et  $B(x) = x^2 - 2x + 5$
- 2)  $A(x) = 3x^2 - 5x + 2$  et  $B(x) = -x^2 - 4x + 1$
- 3)  $A(x) = 2x^2 - 4x + 3$  et  $B(x) = -5x^2 - x + 4$
- 4)  $A(x) = -x^2 + 2$  et  $B(x) = -4x^2 - 4x - 1$
- 5)  $A(x) = 3x^3 - 5x^2 + 2$  et  $B(x) = -2x^2 - 4x^3$

Pour chaque série de polynômes, tu dois: *(Sur feuille annexe)*

- a) calculer la valeur numérique de  $A(x)$  et  $B(x)$  pour  $x = -3$ ;
- b) déterminer les polynômes  $C(x) = A(x) - B(x)$  et  $D(x) = A(x) + B(x)$ ;
- c) calculer la valeur numérique de  $C(x)$  et  $D(x)$  pour  $x = -3$  et vérifier si cette valeur correspond à la différence ou à la somme des valeurs trouvées en a.



11. Développe et réduis les polynômes suivants. *(Sur feuille annexe)*

- |                     |                         |                                |
|---------------------|-------------------------|--------------------------------|
| a) $2(4x + 5)$      | e) $2x(-5x^2 - 3x)$     | i) $(x^2 - 5)(2x^2 + 3)$       |
| b) $3x(5x - 6)$     | f) $5x^3(2 - 3x^2 + x)$ | j) $(5x^3 - 2x + 4)(x^2 - 6)$  |
| c) $5x^2(-4x - 3)$  | g) $(x - 1)(2x + 5)$    | k) $(8x - 5x^4)(3 - 7x^3 - x)$ |
| d) $-4x^2(x^3 - 9)$ | h) $(3x - 5)(4 - 3x)$   | l) $(x^3 - 2)(4x^3 - 2x + 1)$  |



12. Développe, réduis et ordonne les polynômes suivants. *(Sur feuille annexe)*

- 1)  $(2x + 4)(3x + 5) + (4x - 5)(4x + 5)$
- 2)  $(3x - 2)(x + 5) - (2x + 7)(5x - 4)$
- 3)  $(x - 5)(x^2 + 3x - 2) - (2x - 5)(3x + 4)$