

NOM : DELAIS :

PRENOM : :

CLASSE : :

CTM N°7

LES ANGLAIS

AUTOEVALUATION

TRAVAIL

	T	S	P	J
J'ai toujours mon CTM au complet avec moi				
Je me munis du matériel nécessaire à la réalisation de la tâche				
Je respecte les consignes				
Je comprends la signification des questions posées				
Je réalise mon travail jusqu'au bout				
Je m'applique dans la réalisation de ma tâche				
Je soigne mon travail				
Je respecte le délai imposé				
Je gère mon travail dans le temps				
Je cherche spontanément des ressources complémentaires (si nécessaire)				

CORRECTION

	T	S	P	J
Je corrige complètement mon travail				
J'identifie la nature de mes erreurs (distraction – compréhension)				
J'identifie ce que je peux améliorer				
J'identifie ce que j'ai trouvé facile et difficile				
J'autoévalue objectivement mon travail				
Je cherche à améliorer mes points faibles				

AUTOEVALUATION GLOBALE	A	EC	NA
-------------------------------	----------	-----------	-----------

CTM 7 : Les angles

I. Compétences à atteindre

	C1	Calculer, déterminer, estimer, approximer
	C2	Appliquer, analyser, résoudre des problèmes
	C3	Représenter
	C4	Repérer, comparer
	C7	Acquérir les notions propres aux mathématiques

II. Autoévaluation et évaluations formatives

Je dois être capable dans :	Auto-évaluation	1 ^{ère} évaluation	2 ^{ème} évaluation
 C1			
1.6.1. Dans une configuration, déterminer la mesure d'un angle à partir des données en utilisant les propriétés des angles particuliers			
1.7.1. Dans une configuration donnée, relever les particularités qui forment des angles particuliers et déterminer ces derniers			
 C2			
2.4.1. Résoudre des problèmes mettant en œuvre les équations du 1 ^{er} degré à une inconnue			
2.4.4. Résoudre des problèmes mettant en œuvre les propriétés des angles particuliers			
 C3			
3.3.1. Construire une représentation géométrique complexe d'après une marche à suivre particulière			
 C4			
4.3.2. Traduire mathématiquement un énoncé et réciproquement, dans un contexte algébrique ou géométrique			
 C7			
7.1.1. Mémoriser des définitions			
7.1.2. Mémoriser des énoncés			
7.2.1. Utiliser des définitions			
7.2.2. Utiliser des énoncés			
	<i>Signature des parents</i>		

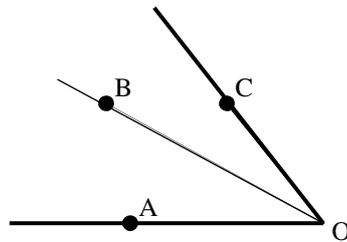
III. Tâches de deuxième année :

De plus, je dois toujours être capable de :	Auto-évaluation
Décrire les différentes figures géométriques de base en utilisant les termes corrects. (Ici, principalement les triangles)	
Dans une configuration, déterminer la mesure d'un angle à partir des données en utilisant les propriétés des angles vues en 2 ^{ème} : <ul style="list-style-type: none">- angles correspondants, alternes-internes, alternes-externes- angles opposés par le sommet- angles complémentaires, supplémentaires- somme des angles d'un triangle (y compris les triangles isocèles et équilatéraux)- angles extérieurs d'un triangle	
Déterminer la somme des amplitudes des angles d'un triangle.	
Reconnaître et différencier les positions relatives de deux droites.	

PARTIE I : Les familles d'angles

1. Rappel1.1 Les angles adjacents

Des angles sont adjacents s'ils ont le même sommet et sont situés de part et d'autre d'un côté commun



Les angles $\hat{A}OB$ et $\hat{B}OC$ sont adjacents.

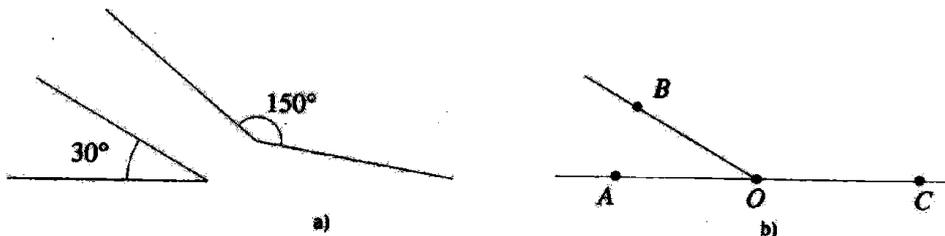
Deux angles adjacents déterminent un nouvel angle dont le sommet est le sommet commun et dont les côtés sont les deux demi-droites non communes aux 2 angles de départ.

L'amplitude de ce nouvel angle est la somme des amplitudes des 2 autres.

1.2 Les angles supplémentaires et complémentaires

Des angles sont supplémentaires si la somme de leurs amplitudes vaut 180° .

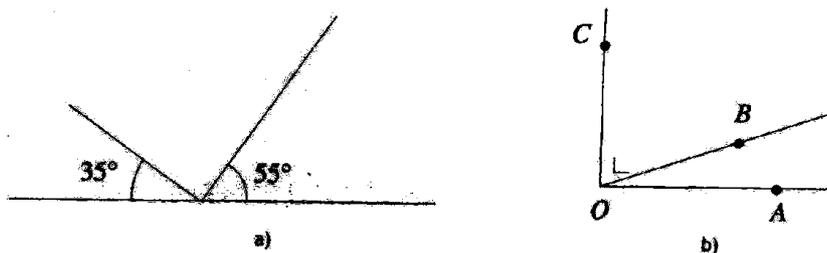
Attention, des angles supplémentaires ne sont pas forcément adjacents ! (dessin a)



Toutefois, s'ils sont adjacents, ils forment ensemble un angle plat. (dessin b)

Des angles sont complémentaires si la somme de leurs amplitudes vaut 90° .

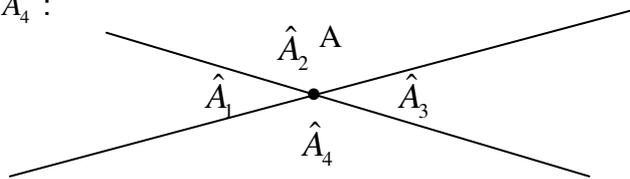
Attention, des angles complémentaires ne sont pas forcément adjacents ! (dessin a)



Toutefois, s'ils sont adjacents, ils forment ensemble un angle droit. (dessin b)

1.3 Les angles opposés par le sommet

Deux droites sécantes déterminent 4 angles de même sommet que l'on peut nommer \hat{A}_1 , \hat{A}_2 , \hat{A}_3 et \hat{A}_4 :



Les angles \hat{A}_1 et \hat{A}_3 d'une part et les angles \hat{A}_2 et \hat{A}_4 d'autre part sont opposés par le sommet.

Deux angles sont opposés par le sommet s'ils ont le même sommet et que les demi-droites qui les déterminent sont dans le prolongement respectif l'une de l'autre.

Deux angles opposés par le sommet ont la même amplitude.

1.4 Exercices



a) Dans les cas suivants, calcule l'amplitude de l'angle \hat{A}_1 , sans utiliser le rapporteur :



b) Construis les angles suivants

Construis deux angles adjacents \widehat{BAC} et \widehat{CAD} tel que $|\widehat{BAC}| = 60^\circ$ et $|\widehat{CAD}| = 45^\circ$

Construis l'angle \widehat{ABC} , supplément de l'angle \widehat{CBD} si $|\widehat{CBD}| = 80^\circ$

Construis deux angles non adjacents complémentaires \widehat{TUC} et \widehat{BUS} tels que $|\widehat{BUS}| = 30^\circ$

Construis un angle rentrant \widehat{TEC} tel que $|\widehat{TEC}| = 300^\circ$



c) Complète le tableau.

Angle	Supplément	Complément	Différence
69°			
42°			
85°			
x°			

Que vaut la différence entre le supplément d'un angle et son complément ?

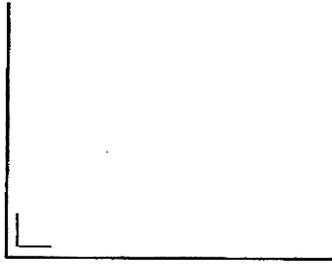
.....

Prouve-le pour un angle de x° .

.....



d) 1) Représente un angle qui vaut deux fois son complément.



.....

.....

.....

.....

2) Représente un angle qui vaut trois fois son supplément.



.....

.....

.....

.....

3) Représente un angle qui vaut les deux tiers de son complément.



.....

.....

.....

.....



e) Sur une feuille annexe, détermine, si possible :

- l'équation liée à chaque phrase
- l'amplitude de l'angle dont il est question en résolvant l'équation.

Exemple :

a) Le triple de mon amplitude égale le double de l'amplitude de mon complément

Equation : soit x l'amplitude cherchée,

$$3.x = 2. \underbrace{(90 - x)}_{\text{le complément de } x}$$

Résolution : $3.x = 2.(90 - x)$

$$\Leftrightarrow 3x = 180 - 2x$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2x = 180$$

$$\Leftrightarrow 5x = 180$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{180}{5}$$

$$\Leftrightarrow x = 36$$

L'amplitude cherchée vaut 36°

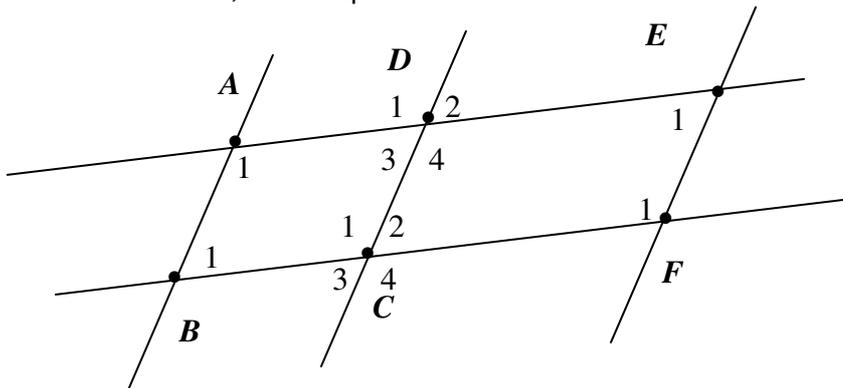
- b) L'amplitude de mon complément égale le tiers de l'amplitude de mon supplément
- c) L'amplitude de mon complément égale l'amplitude de mon supplément
- d) Le quart de mon amplitude égale l'amplitude de mon supplément
- e) Mon amplitude et l'amplitude de mon complément sont 2 multiples consécutifs de 6
- f) Mon amplitude augmentée de mon complément égale mon amplitude diminuée de mon supplément
- g) La somme de l'amplitude de mon complément et de l'amplitude de mon supplément égale 212°
- h) L'amplitude de mon complément égale le carré de mon amplitude
- i) Les deux tiers de l'amplitude de mon complément égalent le quart de l'amplitude de mon supplément
- j) La somme du triple de mon amplitude et de mon supplément égale l'angle plat

2. Angles alternes et correspondants



2.1 Introduction

Dans le dessin suivant, tu sais que : $AE \parallel BF$ et $AB \parallel DC \parallel EF$



- a) Le quadrilatère ABCD est un car ces côtés opposés sont
Par conséquent, ses angles opposés ont
- b) Le quadrilatère DEFC un car ces côtés opposés sont
Par conséquent, ses angles opposés ont
- c) En utilisant les propriétés des 2 quadrilatères trouvés ci-dessus, complète :

si $|\hat{A}_1| = 120^\circ \Rightarrow |\hat{C}_1| = \dots \dots \dots \text{car} \dots \dots \dots$

si $|\hat{C}_1| = \dots \dots \dots \Rightarrow |\hat{C}_4| = \dots \dots \dots \text{car } \hat{C}_1 \text{ et } \hat{C}_4 \text{ sont des angles } \dots \dots \dots$

si $|\hat{C}_1| = \dots \dots \dots \Rightarrow |\hat{C}_2| = \dots \dots \dots \text{car } \hat{C}_1 \text{ et } \hat{C}_2 \text{ sont des angles } \dots \dots \dots$

si $|\hat{C}_2| = \dots \dots \dots \Rightarrow |\hat{C}_3| = \dots \dots \dots \text{car } \hat{C}_2 \text{ et } \hat{C}_3 \text{ sont des angles } \dots \dots \dots$

d) En utilisant la même technique que ci-dessus, détermine les amplitudes des angles :

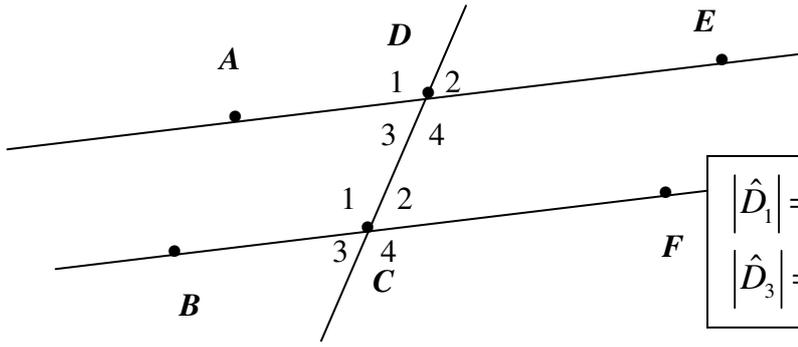
$$|\hat{D}_1| = \dots\dots\dots$$

$$|\hat{D}_3| = \dots\dots\dots$$

$$|\hat{D}_2| = \dots\dots\dots$$

$$|\hat{D}_4| = \dots\dots\dots$$

e) Synthétisons : Sur le dessin ci-dessous reprenant la situation de départ, colorie :
 - en bleu tous les angles de 120°
 - en rouge tous les angles de 60°



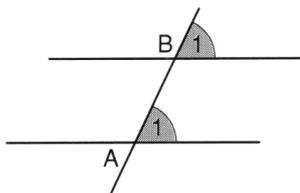
$ \hat{D}_1 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$ $ \hat{D}_3 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
--

Tu viens de découvrir, avec cette activité, une règle mathématique qui v t'être fort utile pour la suite !!!

 2.2 Théorie

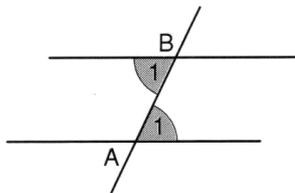
Deux droites parallèles coupées par une sécante déterminent 3 sortes d'angles particuliers dont les amplitudes sont égales :

Angles correspondants



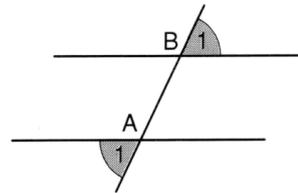
$$|\hat{A}_1| = |\hat{B}_1|$$

Angles alternes internes



$$|\hat{A}_1| = |\hat{B}_1|$$

Angles alternes externes



$$|\hat{A}_1| = |\hat{B}_1|$$

(2 angles qui sont situés **du même côté de la sécante** et du même côté respectivement de chaque parallèle)

(2 angles qui sont situés de part et d'autre de la sécante **et entre** les 2 parallèles)

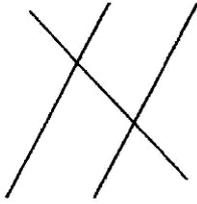
(2 angles qui sont situés de part et d'autre de la sécante **et à l'extérieur** des 2 parallèles)

2.3 Exercices

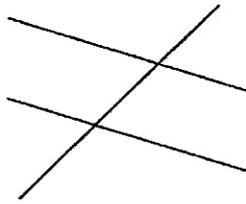


a) Représente deux angles

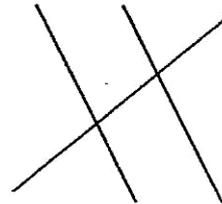
alternes internes



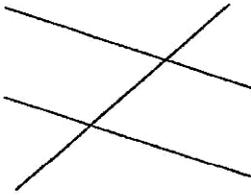
alternes externes



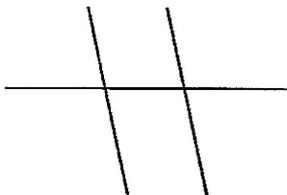
correspondants



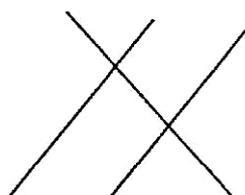
supplémentaires



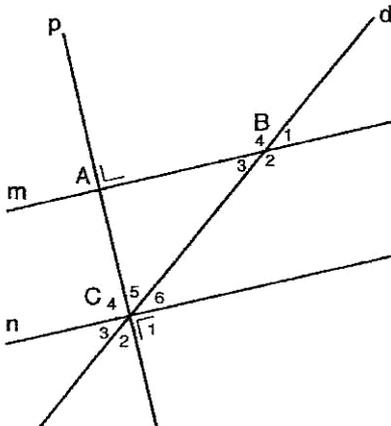
opposés par le sommet



à côtés parallèles et de même sens



b) En observant la figure ci-dessous, complète les phrases.



Les angles \widehat{B}_1 et sont correspondants.

Les angles \widehat{C}_6 et sont opposés par le sommet

Les angles \widehat{C}_2 et sont complémentaires.

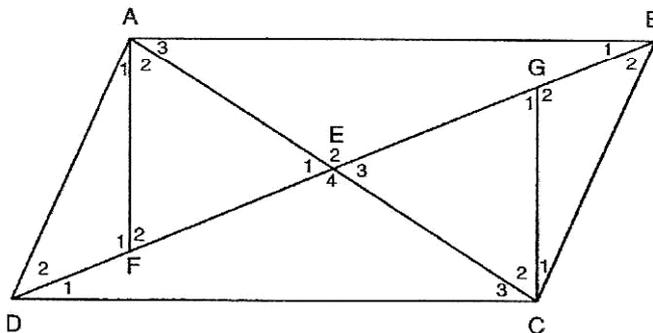
Les angles \widehat{B}_2 et sont supplémentaires.

Les angles \widehat{C}_3 et sont alternes externes.

Les angles \widehat{B}_3 et sont alternes internes.



c) En observant le parallélogramme ABCD, complète les phrases suivantes.



AF \perp AB
CG \perp DC

Les angles \widehat{A}_3 et \widehat{A}_2 sont

Les angles \widehat{E}_2 et \widehat{E}_4 sont

Les angles \widehat{D}_1 et \widehat{B}_1 sont

Les angles \widehat{F}_1 et \widehat{F}_2 sont

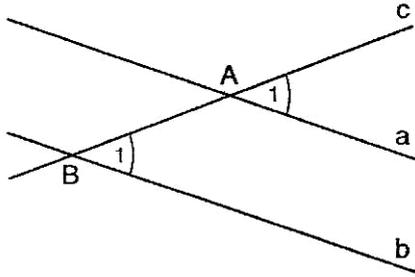
Les angles \widehat{G}_2 et \widehat{F}_1 sont

Les angles \widehat{A}_3 et \widehat{C}_3 sont



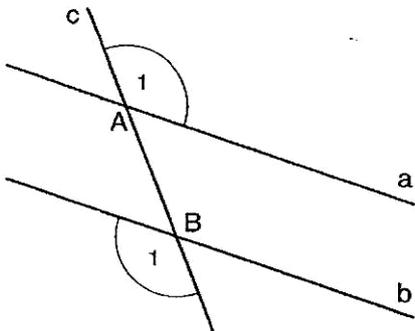
d) Sans mesurer, trouve l'amplitude de l'angle demandé. Justifie.

1) $a \parallel b$ $|\widehat{A_1}| = 40^\circ$ $|\widehat{B_1}| = ?$



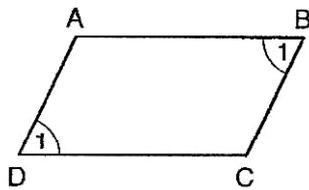
.....

2) $a \parallel b$ $|\widehat{A_1}| = 130^\circ$ $|\widehat{B_1}| = ?$



.....

3) $[AB] \parallel [DC]$ $[AD] \parallel [BC]$ $|\widehat{D_1}| = 65^\circ$ $|\widehat{B_1}| = ?$

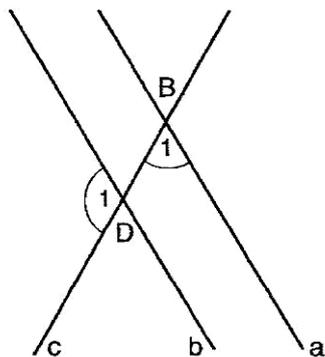


.....



e) Détermine l'amplitude de l'angle $\widehat{B_1}$ en connaissant celle de l'angle $\widehat{D_1}$.

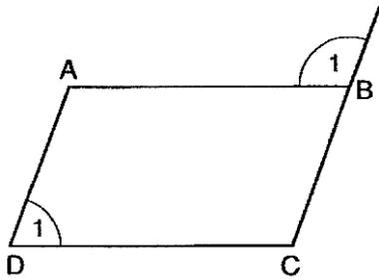
1) $a \parallel b$ $|\widehat{D_1}| = 120^\circ$



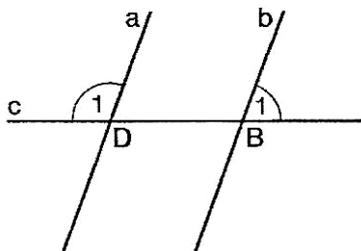
.....

2) $[AB] \parallel [DC]$ et $[AD] \parallel [CB]$

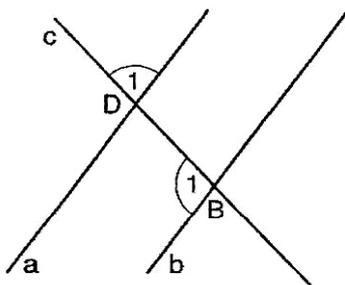
$|\widehat{D_1}| = 70^\circ$



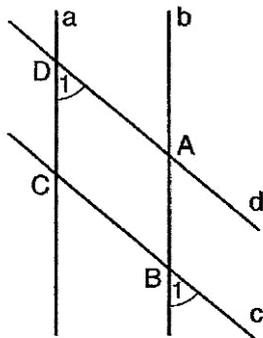
3) $a \parallel b$ $|\widehat{D_1}| = 110^\circ$



4) $a \parallel b$ $|\widehat{D_1}| = 80^\circ$



5) $a \parallel b$ et $c \parallel d$ $|\widehat{D_1}| = 50^\circ$



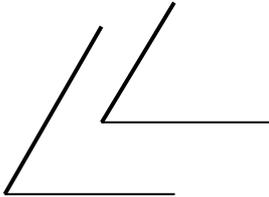
Handwriting practice lines consisting of 18 horizontal dotted lines.

3. Angles à côtés parallèles et angles à côtés perpendiculaires

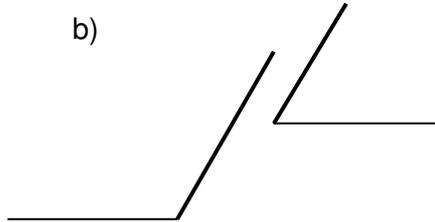
3.1 Angles à côtés parallèles

Voici 3 paires d'angles dont les côtés sont parallèles 2 à 2 :

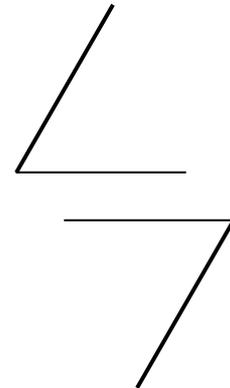
a)



b)

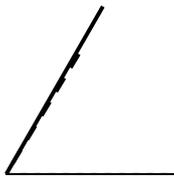


c)

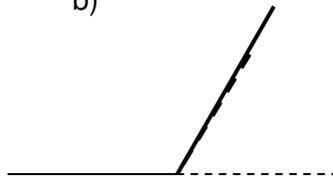


Pour comparer ces angles 2 à 2, faisons-en glisser un des 2 (par une translation) afin de faire coïncider leurs sommets :

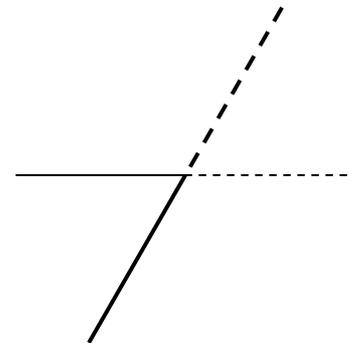
a)



b)



c)



- a) Les angles coïncident → Ils ont même amplitude
- b) Les angles forment un angle plat → Ils sont supplémentaires !!!**
- c) Les angles sont opposés par le sommet → Ils ont même amplitude

Pourquoi dans le cas b), les amplitudes ne sont-elles pas identiques ?

On remarquera que le cas b) est le seul cas dans lequel il y avait un angle aigu et un angle obtus au départ.

On peut donc en déduire que :



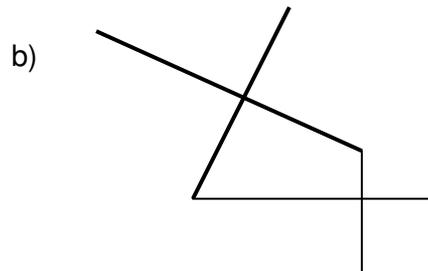
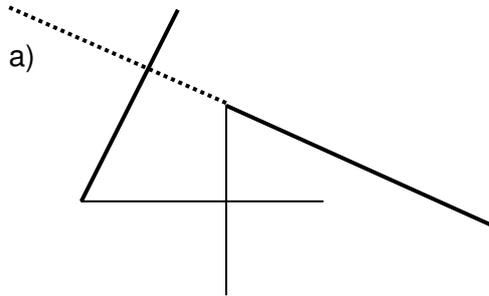
Deux angles à côtés respectivement parallèles :

- ont même amplitude s'ils sont tous 2 aigus ou tous 2 obtus
- sont supplémentaires si l'un est obtus et l'autre obtus

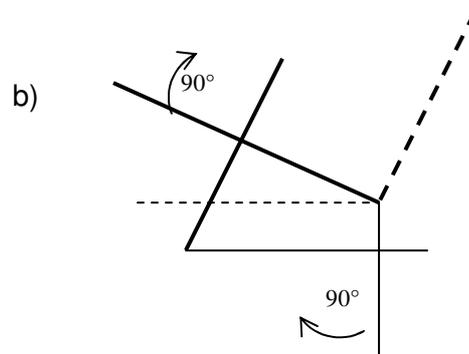
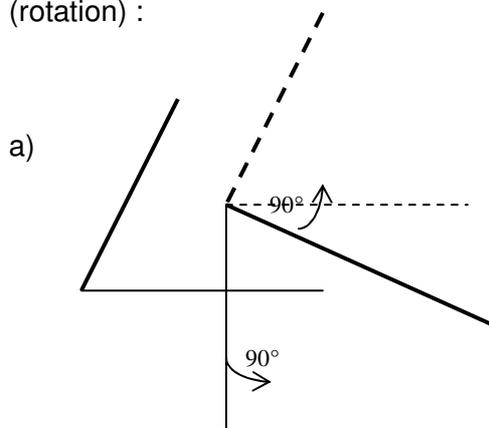
3.2 Angles à côtés perpendiculaires

Pouvons-nous étendre la règle aux angles dont les côtés sont perpendiculaires 2 à 2 ?

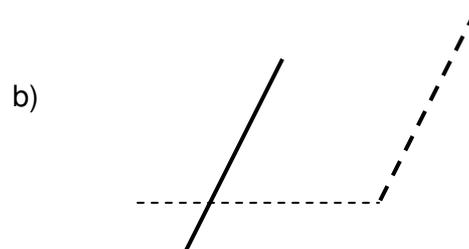
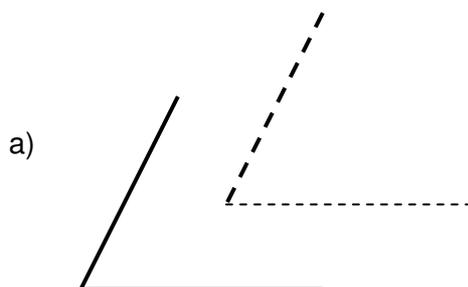
Voici 2 paires d'angles à côtés perpendiculaires 2 à 2 :



Pour les comparer, il faut faire tourner un des 2 angles de 90° autour de son sommet (rotation) :



Par cette transformation, l'angle qui a tourné conserve évidemment son amplitude (propriété des rotations) et reste donc le même. Nous obtenons donc :



- a) 2 angles aigus à côtés // 2 à 2 → Ils sont de même amplitude
- b) 1 angle aigu et 1 angle obtus à côtés // 2 à 2 → Ils sont supplémentaires

Or, dans a), les 2 angles étaient aigus au départ ; alors que dans b), un angle était obtus et l'autre aigu.

Nous pouvons donc déduire la même conclusion que pour les angles à côtés // 2 à 2 :



Deux angles à côtés respectivement perpendiculaires :

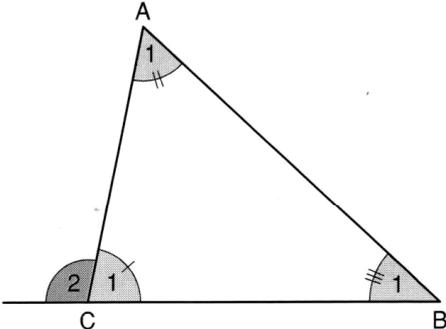
- ont même amplitude s'ils sont tous 2 aigus ou tous 2 obtus
- sont supplémentaires si l'un est obtus et l'autre obtus

 3.3 Exercices 1) Construis la hauteur relative à l'hypoténuse dans le triangle ABC rectangle en \hat{A} .
Trouve des angles de même amplitude. 2) Prouve que si un quadrilatère convexe ABCD possède 2 angles droits, alors ses 2 autres angles sont supplémentaires. 3) Construis les 3 hauteurs d'un triangle ABC ; nomme-les [AD], [BG] et [CE] et note H leur point d'intersection (H est l'orthocentre du triangle).
Détermine l'amplitude de chacun des angles de sommet H en fonction des amplitudes des angles du triangle ABC. Justifie tes réponses.

PARTIE II : Somme des amplitudes des angles d'un polygone

1. Rappel

1.1. Somme des amplitudes des angles d'un triangle



La somme des amplitudes des angles intérieurs d'un triangle vaut 180° .

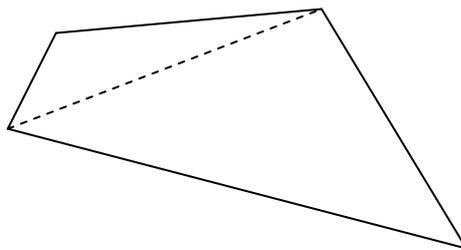
$$|\widehat{A}_1| + |\widehat{B}_1| + |\widehat{C}_1| = 180^\circ$$

L'amplitude d'un angle extérieur d'un triangle est égale à la somme des amplitudes des angles intérieurs non adjacents.

$$|\widehat{C}_2| = |\widehat{A}_1| + |\widehat{B}_1|$$

1.2. Somme des amplitudes des angles d'un quadrilatère

Tout quadrilatère (convexe ou concave) peut toujours se subdiviser en 2 triangles à l'aide d'une diagonale du quadrilatère. Les angles de ce dernier sont alors exactement recouverts par ceux des 2 triangles.



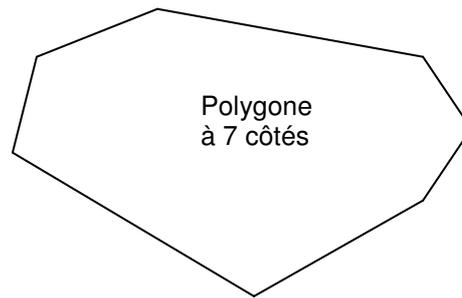
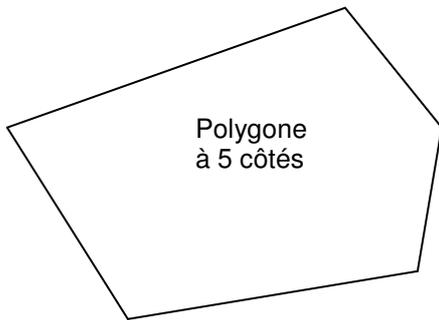
Or, puisque la somme des amplitudes des angles d'un triangle vaut 180° ; la somme des amplitudes des angles des 2 triangles vaudra toujours 360° .



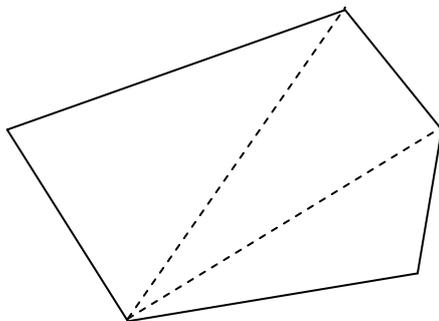
La somme des amplitudes des angles d'un quadrilatère vaut 360°

2. Somme des amplitudes des angles d'un polygone

Considérons plusieurs polygones quelconques :

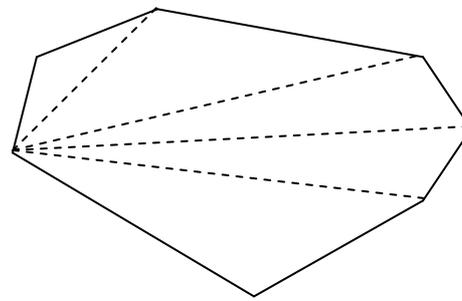


Subdivisons-les en un minimum de triangles ayant un sommet commun :



Polygone à 5 côtés → 3 triangles

Amplitude totale = $180^\circ \cdot 3 = 540^\circ$



Polygone à 7 côtés → 5 triangles

Amplitude totale = $180^\circ \cdot 5 = 900^\circ$

On voit facilement que le nombre de triangles = nombre de côtés soustrait de 2.

Si n = nombre de côtés du polygone ; $(n - 2)$ = nombre de triangles formés.

Or, comme il faut multiplier le nombre de triangles formés par 180° pour obtenir l'amplitude totale, on peut déduire que :



La somme des amplitudes d'un polygone à n côtés vaut $(n - 2) \cdot 180^\circ$

3. Exercices



1 Détermine l'amplitude des angles des triangles ci-dessous en utilisant les renseignements fournis par les dessins.

<p>①</p>	<p>②</p>
<p>③</p>	<p>④</p>
<p>⑤</p>	<p>⑥</p>

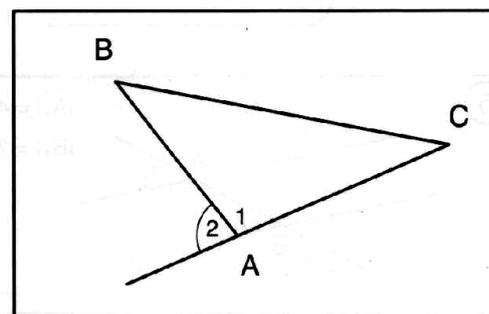


2 Détermine l'amplitude des angles des triangles ci-dessous en utilisant les renseignements fournis par les dessins.

--	--

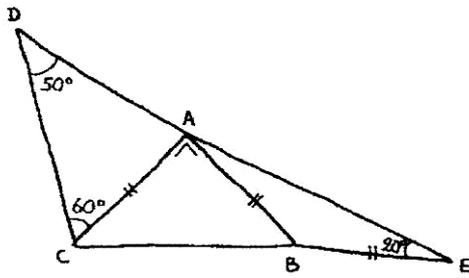


3 De quelle(s) amplitude(s) as-tu besoin pour déterminer l'amplitude de l'angle $\widehat{A_2}$?
 Trouve plusieurs solutions tenant compte de la nature du triangle ABC.





4



1) Les points D, A, E sont-ils alignés ?
Pourquoi ?

.....

.....

.....

.....

2) Les points C, B, E sont-ils alignés ? Pourquoi ?

.....

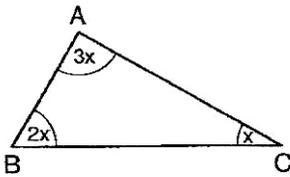
.....

.....



5

Détermine l'amplitude des angles de chaque triangle.



\hat{A} =

\hat{B} =

\hat{C} =

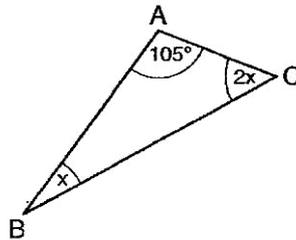
.....

.....

.....

.....

.....



\hat{A} =

\hat{B} =

\hat{C} =

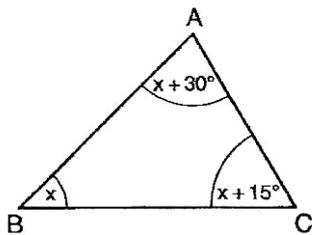
.....

.....

.....

.....

.....



\hat{A} =

\hat{B} =

\hat{C} =

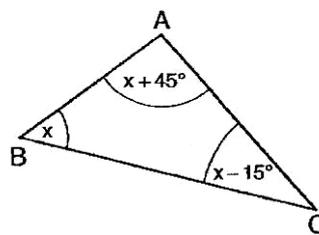
.....

.....

.....

.....

.....



\hat{A} =

\hat{B} =

\hat{C} =

.....

.....

.....

.....

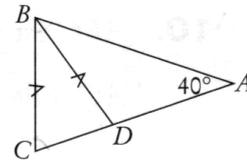
.....



6 (Sur feuille annexe)

a) Observe bien la figure et détermine l'amplitude de l'angle \widehat{DBC} (la figure ne respecte pas l'amplitude des angles).

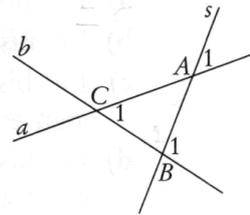
ABC est un triangle isocèle de base $[BC]$.
 BCD est un triangle isocèle de base $[CD]$.



b) Deux droites non parallèles, a et b , sont coupées par une sécante s .

C est le point d'intersection des droites a et b .
 A est le point d'intersection des droites a et s .
 B est le point d'intersection des droites b et s .

Démontre que $|\widehat{C}_1| = |\widehat{B}_1| - |\widehat{A}_1|$.



7 Détermine l'amplitude de l'angle aigu formé par les deux bissectrices des angles aigus d'un triangle rectangle en fonction des amplitudes de ceux-ci. (sur feuille annexe)



8 ABC est un triangle quelconque. $AH \perp BC$,
 AD est la bissectrice de \widehat{A} , $|\widehat{B}| = 50^\circ$ et
 $|\widehat{C}| = 30^\circ$.

a) Calcule $|\widehat{HAD}|$.

b) Détermine $|\widehat{HAD}|$ en fonction de \widehat{B}
 et de \widehat{C} .

