NOM : ……………………………… DELAIS : ……………………………..
PRENOM : ……………………………... : ……………………………..
CLASSE : ……………………………… : ……………………………..

CTM N° 9

EQUATIONS DU 1^er^ DEGRE

AUTOEVALUATION

TRAVAIL

	T	S	P	J
J'ai toujours mon CTM au complet avec moi				
Je me munis du matériel nécessaire à la réalisation de la tâche				
Je respecte les consignes				
Je comprends la signification des questions posées				
Je réalise mon travail jusqu'au bout				
Je m'applique dans la réalisation de ma tâche				
Je soigne mon travail				
Je respecte le délai imposé				
Je gère mon travail dans le temps				
Je cherche spontanément des ressources complémentaires (si nécessaire)				

CORRECTION

	T	S	P	J
Je corrige complètement mon travail				
J'identifie la nature de mes erreurs (distraction – compréhension)				
J'identifie ce que je peux améliorer				
J'identifie ce que j'ai trouvé facile et difficile				
J'autoévalue objectivement mon travail				
Je cherche à améliorer mes points faibles				

AUTOEVALUATION GLOBALE	A	EC	NA

CTM 9 : Equations

I. Compétences à atteindre

	C2	Appliquer, analyser, résoudre des problèmes
	C3	Représenter
	C4	Repérer, comparer
	C7	Acquérir les notions propres aux mathématiques

II. Autoévaluation et évaluations formatives

Je dois être capable dans :	Auto-évaluation	$1^{ère}$ évaluation	$2^{ème}$ évaluation
C2			
2.3.1. Résoudre algébriquement une équation du 1^{er} degré à une inconnue			
2.3.5. Interpréter la résolution graphique d'une équation du 1^{er} degré à une inconnue			
2.3.6. Résoudre algébriquement et graphiquement une équation impossible ou indéterminée.			
2.3.7. Résoudre algébriquement une équation-produit, en transformant préalablement l'expression donnée si nécessaire.			
2.4.1. Résoudre des problèmes mettant en œuvre les équations du 1^{er} degré à une inconnue.			
C3			
3.1.1. Construire un graphique lié à une équation du 1^{er} degré à une inconnue.			
C4			
4.3.2. Traduire mathématiquement un énoncé et réciproquement ; dans un contexte algébrique ou géométrique.(= mise en équation)			
C7			
7.1.1. Maîtriser le vocabulaire lié aux équations			
7.2.4. Utiliser les notations liées aux équations.			
Signature des parents			

III. Tâches de deuxième année :

De plus, je dois toujours être capable de :	Auto-évaluation
Respecter les priorités des opérations	
Calculer des puissances à exposants naturels	
Appliquer la règle de suppression des parenthèses à des niveaux successifs dans un ordre pré-établi	
Appliquer la distributivité simple et double	
Réduire des termes semblebles	

1.- Rappel

$$\underbrace{2x-3}_{\text{1}^{\text{er}}\text{ terme}} \overset{\text{Egalité}}{=} \underbrace{4x+6}_{\text{2}^{\text{ème}}\text{ terme}}$$

a) Définition

Une équation est une **égalité** qui contient une (ou plusieurs) lettre(s) appelée(s) **inconnue**.
Cette égalité n'est vraie que pour **une seule valeur** de chaque lettre.

Ex. : $x+1=2$ n'est vrai que **si x = 1** et seulement pour cette valeur.

$x-3=2$ n'est vrai que **si x = ……….** et seulement pour cette valeur.

$2x=8$ n'est vrai que **si x = ……….** et seulement pour cette valeur.

b) Degré et nombre d'inconnues d'une équation

On dit que l'équation est du **1er degré si le plus grand exposant de l'inconnue est 1**. De même, l'équation sera du **second degré si le plus grand exposant de l'inconnue est 2** et ainsi de suite.

Ex. : $x+1=2$ est du 1er degré car le plus grand exposant de l'inconnue est 1

$x^2-3x=1$ est du …… degré car le plus grand exposant de l'inconnue est ………

$x^2+3=5x^5-4$ est du …… degré car le plus grand exposant de l'inconnue est ……

On dit que l'équation est **à une inconnue si elle ne possède qu'une seule lettre inconnue**, même si celle-ci réapparaît plusieurs fois.

Ex. : $x^2-3x=1$ est à 1 inconnue car l'équation ne possède que x comme inconnue, même si celle-ci revient 2 fois.

$x+1=2$ est à …… inconnue car ………………………………………………………

$3x+6y=2x$ est à …… inconnue car ………………………………………………………

c) Solution d'une équation

Résoudre une équation, c'est **déterminer la valeur de l'inconnue** pour que ses 2 membres soient égaux. **Cette valeur s'appelle la solution** de l'équation.

Elle se note : **S =** $\{....\}$

Ex. : Pour $3x-4=11$, S = { 5 } car si on remplace x par 5, les 2 membres sont égaux (3 . 5 – 4 = 11)

d) Résolution algébrique d'une équation du 1^er^ degré à 1 inconnue

Rappels

Dans une équation, tout <u>terme</u> (+ ou -) qui change de membre, <u>change de signe</u>

Dans une équation, tout <u>multiplicateur</u> qui change de membre, <u>devient diviseur</u>
Dans une équation, tout <u>diviseur</u> qui change de membre, <u>devient multiplicateur</u>

<u>Règle générale</u>

1) Mettre les « **<u>termes en x</u>** » dans le **<u>1er membre</u>**
2) Mettre les **<u>termes indépendants</u>** (= sans x) dans le **<u>2ème membre</u>**
3) **<u>Réduire</u>** chaque membre
4) **<u>Calculer x</u>**

<u>Exercice : Résous les équations suivantes (sur feuille annexe).</u>

$x+5=9$

$9-x=4$

$x-7=-2$

$\frac{x}{4}=-2$

$-\frac{3}{x}=-7$

$2x-9=3x+4$

$5x-11=-x+2$

$2(x-3)+x=5$

$-(x+10)+2=3(x-1)$

$-[5-(x-2)]-6=5(2+x)$

$\frac{2x-5}{3}+\frac{2x-1}{2}=-\frac{1}{10}-\frac{3-x}{5}$

$\frac{x-2}{3}-\frac{12-x}{2}=\frac{5x-36}{4}-1$

$\frac{2x+1}{3}-\frac{x-2}{4}-\frac{2x-5}{12}=0$

$\frac{5x-2}{3}-\frac{2x-1}{4}=\frac{4x+6}{16}$

2.- Equations – produits égales à 0

a . b = 0 < ===== > a = 0 ou b = 0

Un produit de facteurs est nul si et seulement si au moins un des facteurs est nul

<u>*Ex.*</u> :

2. x = 0	si et seulement si x = 0		
x. y = 0	si et seulement si x = 0	<u>***ou***</u>	y =0
3. a. b = 0	si et seulement si a = 0	<u>***ou***</u>	b = 0

(x -2) (x + 1) = 0 si et seulement si x – 2 = 0 <u>***ou***</u> x + 1 = 0
⇔ x = 2 ⇔ x = - 1

(2x + 1) (3x – 5) = 0 si et seulement si …………………. <u>***ou***</u> …………………..
⇔ …………….. ⇔ ……………..
⇔ …………….. ⇔ ……………..

Pour résoudre une équation-produit égale à 0, on égale CHAQUE FACTEUR à 0.
On résout ensuite chacune de ces nouvelles égalités comme des équations indépendantes.

Sur une feuille annexe, résous les équations suivantes en te servant de la règle ci-dessus

$x.(x-3)=0$

$3x.(x+6)=0$

$\left(x+\frac{1}{2}\right)(-2x)=0$

$(x+1)(x-2)(x+3)=0$

$(3x-2)(2x+3)=0$

$-2x.\left(x-\frac{1}{2}\right)(2x+3)=0$

$(x+1)(7-x)-(x+3)(x+1)=0$

$(3x-2)(x-5)=-(x-5)(3+2x)$

$-2x.(2x+3)=2x$

EQUATIONS	CTM 4

3.- Résolution graphique des équations du 1er degré à une inconnue

a) Rappel :

Un graphique est toujours associé à une formule. (Par exemple, la formule $y = 2x – 4$)

!!!! Mais → Dans une équation, il y a une inconnue : **x**

→ Dans une formule, il y a 2 lettres inconnues : **x et y**

➔ **Pour que la formule devienne une équation, il suffit de supprimer l'inconnue y en la remplaçant par 0.**

Exemple

y = 2x – 4 devient 0 = 2x – 4

Exercices :

1.-Transforme les formules suivantes en équations :

a) $y = 9x$; b) $y = 3x – 5$; c) $9 + y = x – 6$; d) $y = \frac{x}{6}$; e) $4x + 2 = y – 7$; f) $\frac{y}{2} + 4 = x$

2.- Transforme les équations suivantes en formule de graphique :

ex. : $7x – 8 = 3x + 9$

$\Leftrightarrow$ $7x – 8 - 3x – 9 = 0$

$\Leftrightarrow$ $4x - 17 = 0$

formule : 4x – 17 = y

$2x = 0$ $\qquad$ $0 = 7 - 4x$ $\qquad$ $-2x + 5 = 8$

$5x + 8 = 0$ $\qquad$ $3x = 4$ $\qquad$ $5x - 1 = - 3$

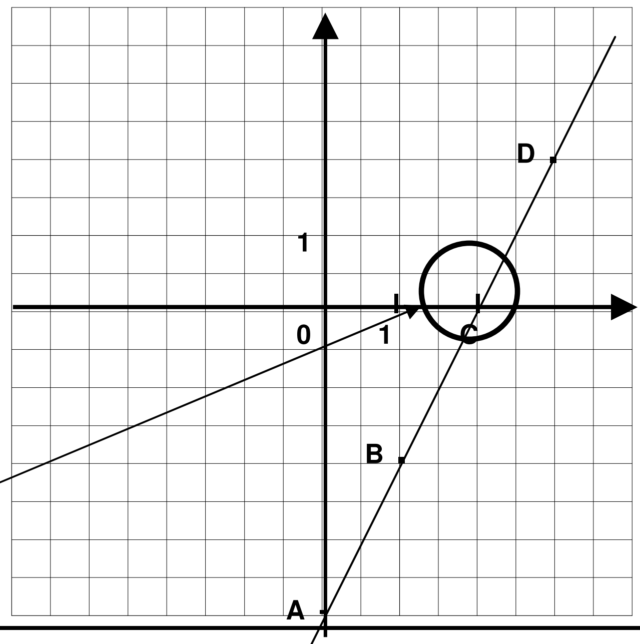
b) Comment trouver la solution de l'équation à partir du graphique ?

Prenons la formule y = 2x – 4 et son équation correspondante 0 = 2x – 4 :

1) Complétons le tableau de valeurs :

x	y	
0	-4	**A**
1	-2	**B**
2	0	**C**
3	2	**D**

2) Dessinons le graphique à l'aide de ces points



3) Résolvons l'équation correspondante :

$0 = 2x – 4$

$\Leftrightarrow$ $4 = 2x$

$\Leftrightarrow$ $2 = x$ $\qquad$ **S = { 2 }**

4) Observons à quoi correspond cette solution sur le graphique :

pour **x = 2 ,** on remarque que y = 0

La solution graphique d'une équation est donc toujours <u>le « x » pour « y = 0 »</u>

EQUATIONS	CTM 5

Exercices

1) Résous graphiquement les équations en t'aidant de l'exemple suivant :

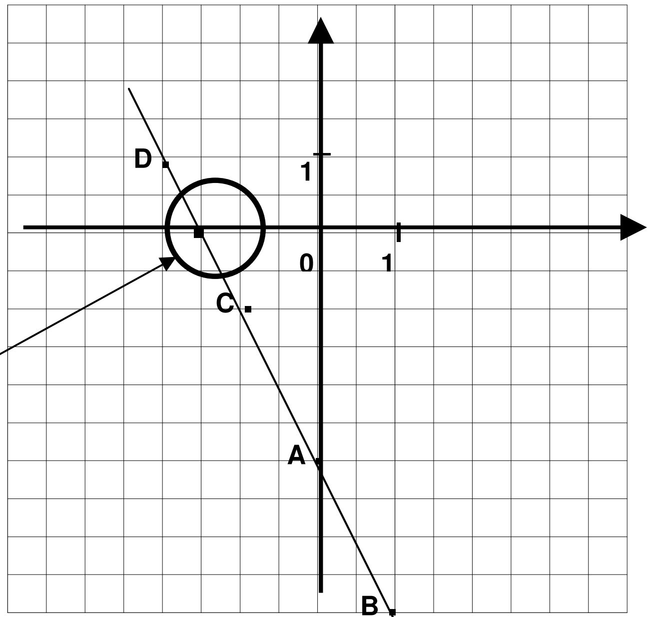
a) -2x + 5 = 8 → transformons l'équation pour l'égaler à 0

⇔ -2x + 5 – 8 = 0

⇔ -2x – 3 = 0 → remplaçons 0 par y afin de pouvoir dessiner cette fonction

- 2x – 3 = y → complétons son tableau de valeurs et dessinons le graphique

x	y	
0	- 3	**A**
1	- 5	**B**
- 1	- 1	**C**
- 2	1	**D**



Sur le graphique, recherchons la valeur de x pour y = 0 :

S = $\left\{\frac{-3}{2}\right\}$

Vérifions par la méthode algébrique : -2x – 3 = 0 ⇔ -2x = 3

⇔ x = $\frac{-3}{2}$ **S =** $\left\{\frac{-3}{2}\right\}$

---

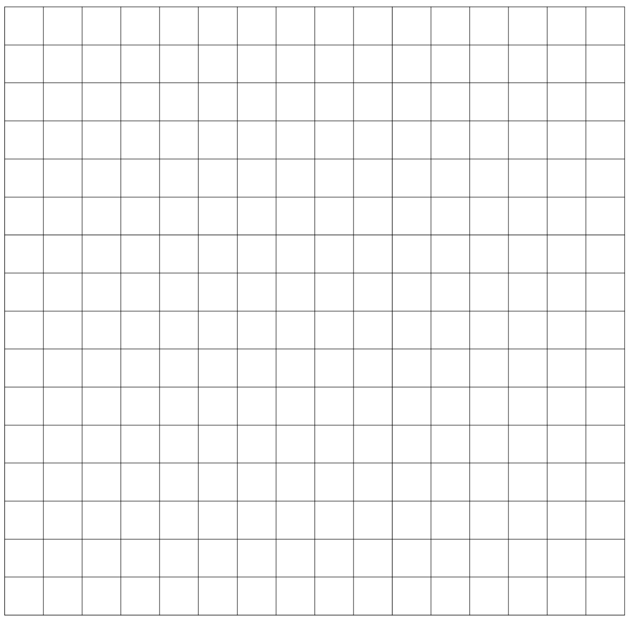
b) 3x - 1 = - 3 → transformons l'équation pour l'égaler à 0

⇔ ………………… = 0

⇔ ………………… = 0 → remplaçons 0 par y afin de pouvoir dessiner cette fonction

………………… = y → complétons son tableau de valeurs et dessinons le graphique

x	y
…..	…..
…..	…..
…..	…..
…..	…..



Sur le graphique, recherchons la valeur de x pour y = 0 :

S = ……………

Vérifions par la méthode algébrique : ……………………………………………………………………

c) $3x + 2 = x + 2$ → transformons l'équation pour ……………………………..

$\Leftrightarrow$ ………………… = 0

$\Leftrightarrow$ ………………… = 0 → remplaçons 0 par…………afin de pouvoir dessiner cette fonction

………………… = y → complétons son tableau de valeurs et dessinons le graphique

x	y
…..	…..
…..	…..
…..	…..
…..	…..

Sur le graphique, recherchons la valeur de x pour ……………. :

S = ……………

Vérifions par la méthode algébrique : ……………………………………………………………………….

---

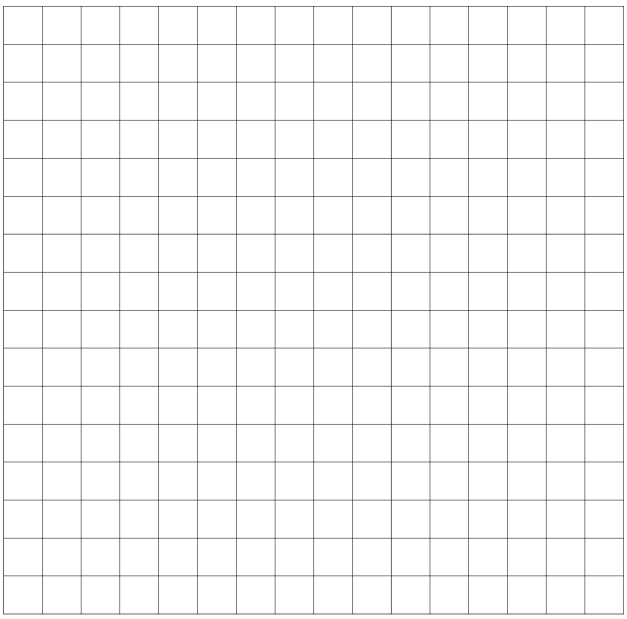
d) $6 - x = x$ → transformons l'équation pour ……………………………

$\Leftrightarrow$ ………………… = 0

$\Leftrightarrow$ ………………… = 0 → remplaçons ………………afin de pouvoir dessiner cette fonction

………………… = ….. → complétons son tableau de valeurs et dessinons le graphique

x	y
…..	…..
…..	…..
…..	…..
…..	…..



Sur le graphique, recherchons la valeur de ………………………..:

S = ……………

Vérifions par la méthode algébrique : ……………………………………………………………………….

2) Résous graphiquement les équations suivantes :

$\frac{x}{3}-5=5$ $\quad$ $\frac{x}{2}=\frac{-5}{3}$ $\quad$ $-3,2x=1,6$

$2x+\frac{2}{3}=\frac{1}{5}$ $\quad$ $-3x=\frac{-6}{5}$ $\quad$ $2\left(\frac{1}{3}x-1\right)-(x-3)=x+1$

4.- Equations impossibles et indéterminées

Exemples

$x+2+3x-5=4x+7$

$\Leftrightarrow$ 4x – 3 = 4x + 7

$\Leftrightarrow$ 4x – 4x = 7 + 3

$\Leftrightarrow$ $\boxed{\mathbf{0\ x = 10}}$

Cette égalité ne pourra jamais être vraie :

Quelle que soit la valeur de x, « **0 x** » **doit toujours être égal à 0.**

→ **Cette équation est impossible** et il n'y a pas de solution !!

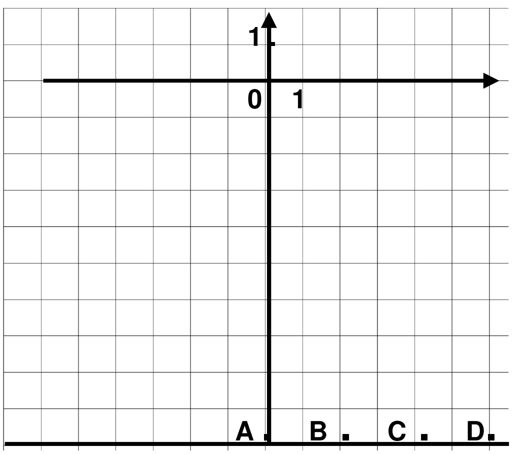
On note : S = ∅ = { }

Graphiquement : 0 x = 10

$\Leftrightarrow$ 0 x – 10 = 0

Remplaçons 0 par y : 0 x – 10 = y

x	y	
0	- 10	A
1	- 10	B
2	- 10	C
3	- 10	D



Dans ce graphique, il n'y a **aucune valeur de x pour y = 0** (puisque y vaut toujours – 10)

S = ∅ = { }

$-2x+5+8x-3=9x+1-3x+1$

$\Leftrightarrow$ 6x + 2 = 6x + 2

$\Leftrightarrow$ 6x – 6x = 2 - 2

$\Leftrightarrow$ $\boxed{\mathbf{0\ x = 0}}$

Cette égalité sera toujours vraie :

Quelle que soit la valeur de x, « **0x** » **doit toujours être égal à 0.**

On peut donc donner à x la valeur de n'importe quel nombre réel !!

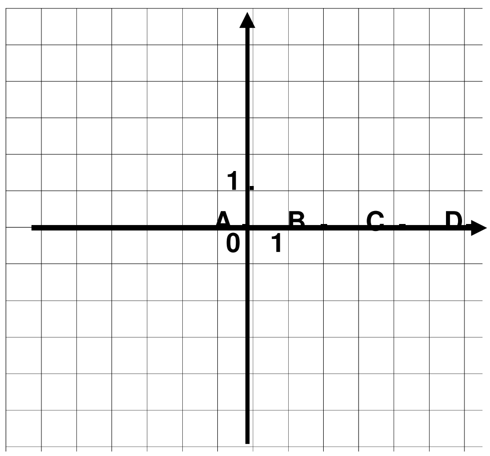
→ **Cette équation est indéterminée** car il y a plusieurs solutions possibles.

On note : S = $\mathbb{R}$

Graphiquement : 0 x = 0

Remplaçons 0 par y : 0 x = y

x	y	
0	0	A
1	0	B
2	0	C
3	0	D



Dans ce graphique, **toutes les valeurs de x sont solutions lorsque y = 0** (Puisque y vaut toujours 0)

S = $\mathbb{R}$

EQUATIONS **CTM 8**

Exemple : 1) Algébriquement

$$\frac{5x}{18}-\frac{4x-3}{8}=\frac{9-2x}{9}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4.5x}{72}-\frac{9.(4x-3)}{72}=\frac{8.(9-2x)}{72}$$ réduction au même dénominateur

$$\Leftrightarrow \frac{20x}{72}-\frac{36x-27}{72}=\frac{72-16x}{72}$$ calcul des numérateurs

$$\Leftrightarrow 20x-(36x-27)=72-16x$$ suppression des dénominateurs égaux

$$\Leftrightarrow 20x\text{-}36x+27 \;=72-16x$$ suppression des parenthèses

$$\Leftrightarrow 20x-36x+16x=72-27$$ passage des "x" à gauche, des nombres à droites

$$\Leftrightarrow 0x=45$$ calcul des 2 membres

$S \;=\{\;\}=\varnothing$ Cette équation est impossible!!

---

2) Graphiquement

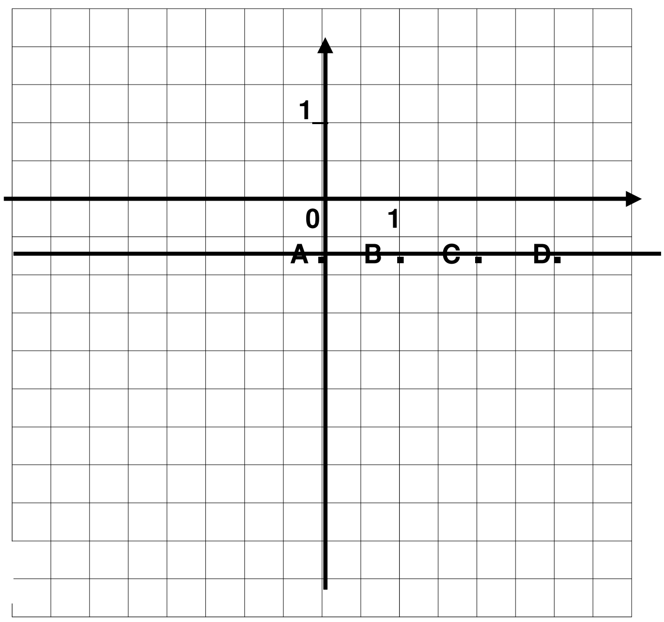
$$\frac{5x}{18}-\frac{4x-3}{8}=\frac{9-2x}{9}$$ → transformons l'équation pour l'égaler à 0

$$\Leftrightarrow \frac{5x}{18}-\frac{4x-3}{8}-\frac{9-2x}{9}=0$$ → remplaçons 0 par y afin de pouvoir dessiner cette fonction

$$\Leftrightarrow \frac{5x}{18}-\frac{4x-3}{8}-\frac{9-2x}{9}=y$$ → complétons son tableau de valeurs et dessinons le graphique

(Ces calculs se font à l'aide de la calculatrice !!!)

x	y	
0	- 0,625	A
1	- 0,625	B
2	- 0,625	C
3	- 0,625	D



Sur le graphique, recherchons la valeur de x pour y = 0 :

Il n'y en a aucune !!!

S = { } = $\varnothing$ **Equation impossible**

*Résous les équations suivantes **algébriquement et graphiquement***

$$\frac{2(x+3)}{5}=\frac{3(2-x)}{4} \qquad \frac{2x+3}{3}-\frac{x-6}{2}=\frac{x}{3}-\frac{1}{4} \qquad \frac{x}{3}+75+\frac{5x}{12}-50=\frac{3x}{4}+35$$

$$\frac{5x}{18}-\frac{4x-3}{8}=\frac{9-2x}{9} \qquad \frac{3x}{2}+8=9\left(\frac{x}{6}+1\right)-1 \qquad 2x-4(x-2)+x=3-(x-2)$$

5.- Problèmes et équations

a) Préparation à la mise en équation

1. Si Pierre possède x € et Luc 10 € de plus, exprime en langage mathématique :

a) Ce que possède Pierre : …………………………………..

b) Ce que possède Luc : ……………………………………..

c) Le total des sommes possédées par Luc et Pierre : ……………………………………………

d) La moitié de ce que possède Luc : ……………………………………….

e) Le double de ce que possède Pierre : ……………………………………

f) 10% du total de Pierre et de Luc ………………………………………….

2. Si on sait que x représente l'âge de Luc et que Pierre a 5 ans de plus que celui-ci, associe à chaque expression la (ou les) proposition(s) qu'elle traduit.

Expressions	Propositions
x – 4	l'âge de Pierre
x + 5	la somme des ages de Pierre et de Luc
2x	l'âge que Luc avait il y a 4 ans
2x + 5	l'âge de Pierre dans 5 ans
2 . (x + 5)	le double de l'âge de Luc
	l'âge de Pierre il y a 9 ans
	l'âge de Luc dans 5 ans
	le double de l'âge de Pierre

3. Dans chaque cas, entoure l'(ou les) équation(s) qui tradui(sen)t l'énoncé :

   a) *Le double de la somme de x et de 3 vaut 26.*

   $2x + 3 = 26$; $x + 3 = 26$; $2x + 6 = 26$; $2 \cdot (x + 3) = 26$; $x + 3 = 13$

   b) *La longueur d'un rectangle mesure 5 cm de plus que sa largeur et son aire mesure 300 cm².*

   $5x = 300$; $x + 5 = \dfrac{300}{x}$; $x \cdot (x + 5) = 300$; $x + (x + 5) = 300$; $x \cdot (x - 5) = 300$

   c) *La longueur d'un rectangle est la double de sa largeur et son périmètre est de 120 cm.*

   $6x = 120$; $(x + 2) + x = 120$; $2x + x = 60$; $x \cdot (x + 2) = 120$; $2x + x = 120$

   d) *J'ai dépensé 250€ et il me reste 10€ de plus que le tiers de ce que contenait mon portefeuille.*

   $\dfrac{x+10}{3} = 250$; $\dfrac{x}{3} + 10 = 250$; $x - 250 = \dfrac{x}{3} + 10$; $x - \dfrac{x}{3} = 250$; $\dfrac{x}{3} + 10 = 250$; $250 - \dfrac{x}{3} = 10$

4. Jean a 15 ans de plus que Damien mais dans 10 ans, son âge sera le double de celui de Damien. Calcule l'âge actuel de Jean et de Damien.

   a) Je dis que l'âge actuel de Jean est de 37 ans ; vérifie ma réponse en notant tous tes calculs :

   b) Refais la même vérification pour une autre valeur de 37 que tu choisis.

   c) Imagine maintenant que l'âge actuel de Jean est x et applique la même série de calculs sur ce x. Tu obtiendras ainsi une équation qu'il te suffira de résoudre pour obtenir la solution de ton problème.

EQUATIONS **CTM 11**

Résolution de problème

1) Choix de l'inconnue

Choisir l'inconnue qui sera représentée par x et exprimer les autres inconnues en fonction de x.

2) Mise en équation

Ecrire une équation qui traduit l'énoncé du problème

3) Résolution de l'équation

4) Solution du problème

Résoudre la question posée dans le problème par une phrase correctement construite

5) Vérification

Vérifier que la solution trouvée convient à l'énoncé du problème.

Exemple

Si tu soustrais 5 du double d'un nombre et que tu multiplies cette différence par 3, tu obtiens 9. Quel est ce nombre ?

1) *Choix de l'inconnue* : x → nombre cherché

2) *Mise en équation* : (2x – 5) . 3 = 9

3) *Résolution* :

$$\begin{aligned}(2x-5)\bullet 3 = 9 &\Leftrightarrow 6x-15=9\\ &\Leftrightarrow 6x = 9+15\\ &\Leftrightarrow 6x=24\\ &\Leftrightarrow x=\frac{24}{6}=4\end{aligned}$$

4) *Solution* : le nombre recherché est 4.

5) *Vérification* :

Refaisons le calcul donné dans le problème pour x = 4 : $(2 . 4 - 5) . 3 \stackrel{?}{=} 9$

$$\underbrace{(8-5)}_{3} . 3 = 9$$

Exercices : Résous les problèmes suivants en respectant les 5 étapes.

1.- Une petite entreprise de fonderie produit en un jour 150 pièces, les unes de 45 kg et les autres de 36 kg. Sachant que la production journalière est de 5958 kg, quel est le nombre de pièces de chaque sorte ?

2.- Si on augmente la longueur du côté d'un carré de 2 cm, son aire augmente de 1400 cm². Calcule la mesure du côté de ce carré.

3.- Un commerçant a vendu les 5/7 d'une pièce de tissu. Il vend les ¾ du reste pendant les soldes au prix de 4€ le mètre. Cette dernière vente lui rapporte 492 €. Quel était le métrage initial du tissu ?

4.- En ajoutant 21 à un nombre puis en multipliant le résultat par 7, on trouve 91. Quel est ce nombre ?

5.- Dans un rectangle ABCD dont les dimensions sont 18 cm et 6 cm, on appelle E un point du côté [DC]. Calcule la mesure de [DE] pour que l'aire du triangle ADE soit égale au tiers de celle du trapèze ABCE.

6.- Voici le plan d'un jardin bordé d'un sentier. La largeur de la partie cultivée est de 8 m et la largeur du sentier est de 2 m. Calcule la longueur de la partie cultivée si l'on sait que sa superficie a même mesure que celle du sentier.