

**SITUATION-PROBLEME 4 :  
SYSTEME DE 2 EQUATIONS A 2 INCONNUES**

**I. Compétences à atteindre**

	<b>C2</b>	Appliquer, analyser, résoudre des problèmes
	<b>C3</b>	Représenter

**II. Autoévaluation et évaluations formatives**

Je dois être capable dans :	Auto-évaluation	1 <sup>ère</sup> évaluation	2 <sup>ème</sup> évaluation
 <b>C2</b>			
2.2.4. Appliquer la méthode de substitution pour résoudre un système d'équations			
2.2.5. Appliquer la méthode par combinaison pour résoudre un système d'équations.			
2.3.11. Résoudre algébriquement (méthode par substitution ou méthode par combinaison) un système donné et d'indiquer l'ensemble des solutions			
2.3.12. Interpréter la résolution graphique d'un système de deux équations à une inconnue donné			
2.4.3. Résoudre un problème se ramenant à la résolution d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues (indiquer clairement le choix des inconnues, la mise en équation, la résolution et la solution)			
 <b>C3</b>			
3.1.1. Construire un graphique lié à une équation du 1 <sup>er</sup> degré à une inconnue			
<i>Signature des parents</i>			

### III. Défi

Un âne et un mulet voyagent ensemble. L'âne se plaint.

« De quoi te plains-tu ? » dit le mulet.

« Si je prenais un de tes sacs, j'en aurais le double de ce que tu as maintenant, alors que si tu prenais l'un des miens, nos charges seraient les mêmes. » dit l'âne

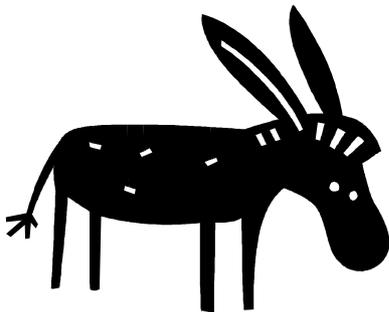
Combien de sacs portent-ils chacun ?

.....

.....

.....

.....



→ Tu as déjà trouvé la solution ? Très bien, passe directement à l'indice 5.

→ Tu n'y arrives pas ? Pas de panique. Voici quelques indices qui vont te permettre d'y arriver :



\* Indice 1 :

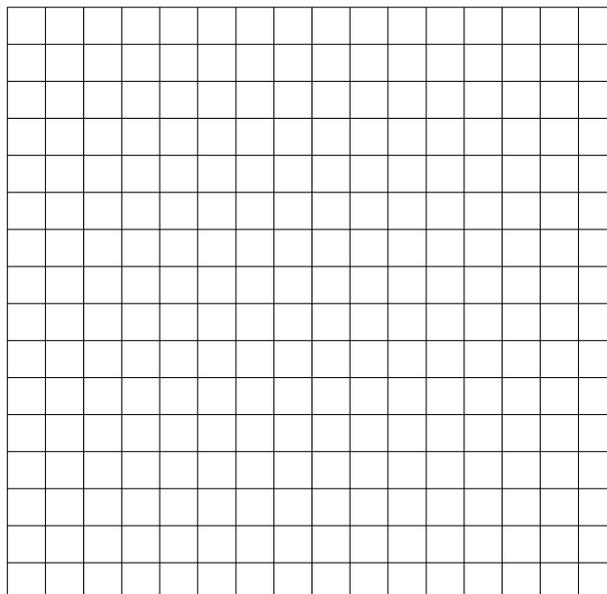
Traduis les 2 parties de la plainte de l'âne en symboles mathématiques. Décidons que le nombre de sac de l'âne sera le nombre « x » et celui du mulet « y » :

.....



\* Indice 2 :

Représente ces 2 équations sur un même graphique





\*Indice 3 : Ces fonctions se coupent-elles ? .....  
 Si oui, quelles sont les coordonnées du point d'intersection ? .....

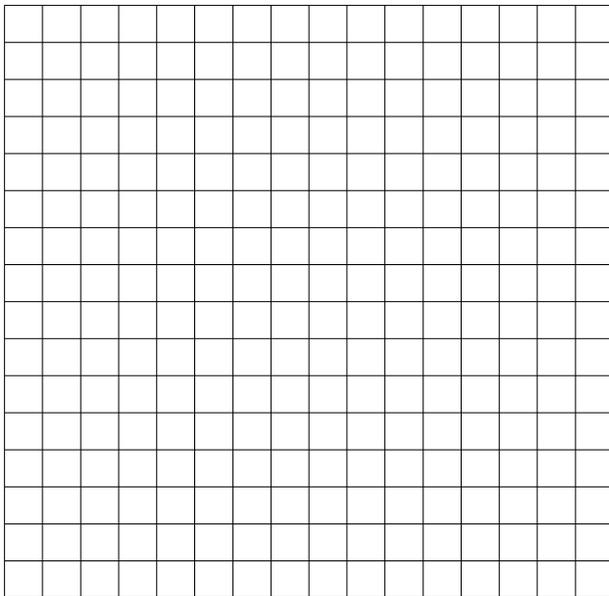


\*Indice 4 : Ces coordonnées vérifient-elles les équations proposées ?  
 .....  
 .....  
 .....

Solution du défi :  
 .....



\*Indice 5 : Refais le même travail avec  $\begin{cases} -x + y = 3 \\ 2x - 2y = -1 \end{cases}$



Observe les graphiques obtenus et tire les conclusions :  
 .....  
 .....  
 .....

Résoudre un système d'équations, c'est rechercher la solution .....  
 aux 2 équations.  
 La solution sera le ..... qui est à la fois solution de la première et  
de la deuxième équation.  
 Graphiquement, la solution est .....  
 .....



## Exercices



Trouve graphiquement la solution des systèmes suivants et vérifies-là en remplaçant x et y dans les équations.

$$1) \begin{cases} y - 3x = 7 \\ y = x - 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x - y = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 3x + y = 4 \\ 3x = 5 - y \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2x + y = 5 \\ -4x = 2y - 10 \end{cases}$$

## IV. Résolution algébrique de systèmes



### a) Méthode par substitution

Exemple 1

$$\begin{cases} 2x + y - 5 = 0 \\ x - 2y + 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$S = \{ \dots\dots\dots \}$$

Exemple 2

$$\begin{cases} 5x - 12y = 0 \\ x - y = \frac{7}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$S = \{ \dots\dots\dots \}$$

### Règle

- 1) Exprimer la valeur d'..... dans une équation (au choix)
- 2) ..... cette inconnue dans l'autre équation
- 3) ..... cette équation (à une inconnue)
- 4) Remplacer la valeur trouvée pour cette équation, dans .....
- 5) Écrire la .....

Exercices : résous par la méthode de substitution

$$1) \begin{cases} y - 3x = 7 \\ y = x - 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - 2y + 5 = 0 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x = y + 2 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2x + y = 1 \\ 4x + 3y = 7 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 3x - 9 = 0 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

 **b) Méthode par combinaison linéaire**

Exemple 1

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$

Rappel

Si on multiplie les deux membres d'une équation par un réel non nul, on obtient toujours une équation équivalente à la première

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases} \begin{array}{l} | \cdot 2 \\ | \cdot 1 \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

S = {.....}

Exemple 2

$$\begin{cases} 4x - 3y = 8 \\ 2x - 6y = 4 \end{cases} \begin{array}{l} | \dots\dots \\ | \dots\dots \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

S = {.....}

## Règle

1. Ecrire les 2 équations sous la forme générale « ..... »
2. .... chaque équation par des nombres choisis, pour que dans les nouvelles équations, les coefficients d'une des inconnues soient des nombres  
.....
3. .... membre à membre les 2 équations (et conserver une des 2 équations)
4. Résoudre cette équation à une inconnue
5. .... l'inconnue trouvée dans l'autre équation pour trouver la seconde inconnue
6. Ecrire la .....



## Exercices

$$1) \begin{cases} y - 3x = 7 \\ y = x - 1 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 6y - 5x = 15 \\ y = -x + 8 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \\ y = 2x + 3 \end{cases}$$
$$5) \begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - 2y + 5 = 0 \end{cases} \quad 6) \begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ x - 2y + 4 = 0 \end{cases} \quad 7) \begin{cases} 11x + 2y + 2 = 0 \\ x - 2y + 4 = 0 \end{cases} \quad 8) \begin{cases} 3x + 2y = 15 \\ 4x + 4y = -8 \end{cases}$$



## Exercices de dépassement

$$1) \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1 \\ \frac{x}{3} - \frac{y}{2} + \frac{11}{3} = 0 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} \frac{2x - 3y}{2} = 7 \\ \frac{2x + 4y}{3} = 0 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} \frac{2x - 3}{2} + \frac{3y + 7}{4} = 0 \\ \frac{3x - 1}{4} - \frac{2y - 1}{2} = \frac{19}{4} \end{cases}$$
$$4) \begin{cases} \frac{2x + 4}{5} + \frac{3y + 1}{2} = 1 \\ \frac{3x + 1}{5} - \frac{6y - 7}{2} = 5 \end{cases} \quad 5) \begin{cases} x + y + 2 - \frac{1}{2} \left( \frac{x}{2} - 6 \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{y}{5} - 2 \right) \\ 2(x + 1) + 3y = \frac{y - x - 22}{2} - \frac{x + y + 2}{2} \end{cases}$$

## V. Problèmes et systèmes d'équations



Résous les problèmes suivants :

- 1.- Lors d'un achat de CD à la FNAC, la caissière distraite a confondu le nombre de CD simples et le nombre de CD albums. Au lieu de payer 60€, j'ai déboursé 96€. Si tu sais que j'ai acheté 2 albums et 4 CD simples, détermine le prix de chaque CD.
- 2.- Paul possède des poules et des lapins. Il dit à son ami Michel qui lui demande combien il possède d'animaux : « Il y a en tout 15 têtes et 40 pattes ». Détermine le nombre de poules et de lapins de Paul.
- 3.-
  - a) Deux trains partent à 10h, l'un de Paris et l'autre de Brest, deux villes distantes de 600 km. Quand et à quelle distance de Paris, les trains se croiseront-ils....
    - s'ils roulent tous deux à la vitesse de 90 km/h
    - si le train parti de Paris roule à 80 km/h et celui parti de Brest à 70 km/h
  - b) Un train en provenance de Brest part à 9h et roule à la vitesse de 90 km/h. Par contre, un autre train part de Paris une heure plus tard et roule à la vitesse de 80 km/h. Sachant que la distance séparant les 2 villes est de 600 km, détermine quand et à quelle distance de Paris les trains se croiseront.
- 4.- La longueur d'un rectangle mesure 6 m de plus que sa largeur. Si l'on ajoute un mètre à chaque dimension, l'aire augmente de 35 m<sup>2</sup>. Quelles sont les dimensions du rectangle initial ?